THALES MELLO CARVALHO
Professor catedrático do Instituto de Educação do Distrito Federal

ADMISSÃO AO CURSO NORMAL

MATEMÁTICA

QUESTÕES OBJETIVAS

CONQUISTA

ADMISSÃO AO CURSO NORMAL

MATEMÁTICA

DO MESMO AUTOR:

1. Curiosidades Matemáticas, 1940, 2ª ed., esgotado.
2. Lições de Trigonometria Retilínea, 1941, 6ª tiragem, esgotado.
3. Lições de Matemática, 1941, 7ª tiragem, esgotado.
4. O número de ouro, 1945, esgotado.
5. Sôbre alguns ábacos de alinhamento e sua aplicação ao cálculo da taxa das anuidades, tese, 1949.
6. Acreditação de Escolas Secundárias, 1953, Publicação da CILEME, Ministério da Educação e Saúde.

Edições da Companhia Editora Nacional:

7. Elementos de Matemática Comercial e Financeira, 1942, esgotado.
8. Matemática, para o 1º ano Colegial, 8ª ed., 1953.
9. Matemática, para o 2º ano Colegial, 6ª ed., 1953
10. Matemática, para o 3º ano Colegial, 4ª ed., 1954.
11. Matemática, para o 1º ano Comercial, 3ª ed., 1954.
12. Matemática, para o 2º ano Comercial, 3ª ed., 1954

THALES MELLO CARVALHO
Professor Catedrático da Univer versidade do Brasil e do Instituto de Educação do Distrito Federal

ADMISSÃO AO CURSO NORMAL

MATEMÁTICA

Questões Objetivas

1954
CONQUISTA
Av. 28 de Setembro, 174 — Rio de Janeiro

ÍNDICE

PRIMEIRA PARTE:

ÁLGEBRA

APRESENTAÇÃO

Em nossa experiência de professor, já sentimos a dificuldade da seleção criteriosa de exercícios de integração de conhecimentos num curso de preparação intensiva, como o que atualmente se ministra às candidatas ao exame de admissão ao curso normal. Não é essa escolha tarefa que se improvise fàcilmente; ao contrário, exige cuidadosa elaboração a fim de que a resolução sistemática das questões organizadas assegure a aprendizagem desejada.

Assim se justifica o aparecimento dêste modesto livro, oferecido a nossos colegas com o intuito de facilitar-lhes o trabalho docente. Esperamos que o material nêle reunido seja suficiente para proporcionar às alunas a preparação desejada.

Foram intencionalmente omitidas as respostas às questões propostas, uma vez que a exercitação metódica aqui planejada prevê a assistência indispensável do professor e sua orientação didática.

Desejaríamos fazer apenas duas referências esclarecedoras.

A primeira é relativa aos problemas cuja resolução algébrica se pede e que não se acham dentro da habitual classificação: problemas com uma incógnita e problemas com duas incógnitas. São óbvias as razões. A maioria dos problemas da segunda categoria apresentados nos compêndios pode ser fàcilmente solucionada mediante o emprêgo de uma única equação com uma incógnita, o que

é ocioso criticar. Além disso, julgamos caber à aluna a escolha do número de incógnitas, uma vez esclarecida quanto à conveniência da utilização do menor número delas.

A segunda observação refere-se à ausência de figuras ilustrativas dos problemas de Geometria, visto que seu enunciado claro e sem ambiguidades permite à aluna construí-las antes de tentar sua resolução, tarefa cujo valor didático nos parece indiscutível.

A fim de facilitar a utilização dos exercícios propostos para a verificação da aprendizagem, propusemos um valor para cada questão (expresso por um número à direita e entre parêntesis) e uma indicação prática para julgamento de cada série.

Ao finalizar, desejamos agradecer antecipadamente a nossos colegas qualquer juízo crítico sôbre êste despretencioso trabalho.

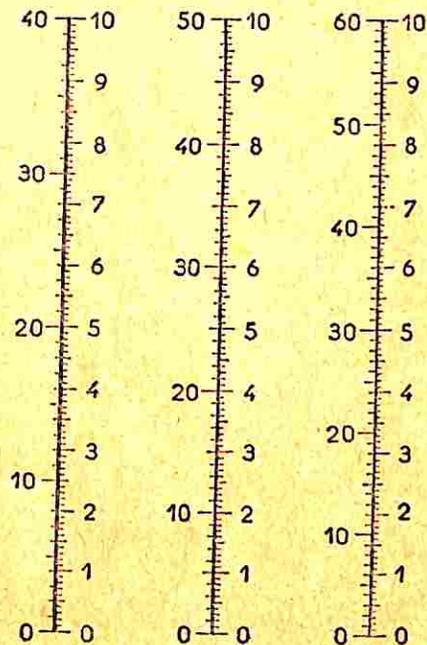
Rio de Janeiro, maio de 1954.

O AUTOR

E S C A L A S

(para cômputo da nota de cada Série)

Procure, à esquerda da primeira, da segunda ou da terceira escala vertical (conforme o **total de pontos** da série seja 40, 50 ou 60), a graduação relativa ao **número de pontos obtidos**; a graduação correspondente à direita, dá a **nota** (na escala 0 a 10).

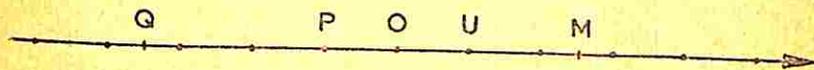
Exemplos:

EXEMPLOS:

Total de pontos da série	40	50	60
Total de pontos obtidos	26	38	51
Nota	6,5	7,6	8,5

SÉRIE I

ASSUNTO: Números relativos. Representação geométrica. Operações.

1. O ponto O é a origem e OU é o segmento unitário do eixo abaixo, cujo sentido positivo está indicado:

Q P O U M

a) Escreva à direita de cada ponto abaixo sua abcissa, isto é, o número relativo por êle representado:

O:_____ U:_____ M:_____ P:_____ Q:_____ (1—1—1—1—1)

b) Marque, no eixo acima, com as letras R, S, e T, respectivamente, os pontos representativos dos números —3, +4 e —2,5. (1—1—1)

2. Observa que a distância de dois pontos (na unidade OU) é o valor absoluto da diferença das abcissas dêsses pontos. Complete, então, as afirmações seguintes:

Total de pontos obtidos nesta página: _____

a) As abcissas dos pontos que distam 3 unidades de P são ______ e ______ (1—1)

b) O número positivo, representado pelo ponto que dista 4 unidades de P é ______. (1)

c) A abcissa do ponto equidistante de M e Q é ______. (1)

d) As abcissas dos pontos, cuja soma das distâncias a O e a P é 5, são ______ e ______. (1—1)

e) A soma algébrica das abcissas de dois pontos distintos equidistantes de O é ______. (1)

f) A abcissa do ponto simétrico de O em relação a M é ______. (1)

g) A abcissa do ponto equidistante de dois pontos dados é a ____________ das abcissas dêsses pontos. (1)

h) A abcissa do ponto simétrico de O em relação ao ponto de abcissa a é ______. (1)

3. Escreva, nos lugares indicados no quadro seguinte, as **somas** os produtos dos números relativos escritos nas **linhas** e nas **colunas** dêsse quadro. Para maior segurança do resultado, realize cada operação em dois sentidos: de cima para baixo e de baixo para cima ou da esquerda para a direita e da direita para esquerda.

Total de pontos obtidos nesta página: ______

1. Soma dos números de cada coluna.

2. Soma dos números de cada linha.					3. Produto dos números de cada linha.
	— 2	— 1	+ 3	— 3	
	— 3	+ 5	— 1	+ 2	
	+ 4	— 2	— 2	— 1	
	— 1	+ 2	— 4	+ 5	

4. Produto dos números de cada coluna.

1. (1—1—1—1)

2. (1—1—1—1)

4. (1—1—1—1)

3. (1—1—1—1)

4. Escreva em cada casa vazia do quadro ao lado um número relativo, de modo que:

a) O produto dos números da primeira linha seja o simétrico do quadrado de — 12.

b) A soma dos números da terceira linha seja o número negativo de módulo 10.

	— 6	+ 8
— 36		— 10
+ 9	— 12	

c) A soma dos números da segunda coluna seja a metade da soma dos números da segunda linha. (2—2—2)

5. Para que valores inteiros de x se verificam simultâneamente as relações: $x^2 < 20$ e $x > -2$?

Resp.: ______, ______, ______, ______, ______, e ______. (2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

a) As abcissas dos pontos que distam 3 unidades de P são ______ e ______ (1—1)

b) O número positivo, representado pelo ponto que dista 4 unidades de P é ______. (1)

c) A abcissa do ponto equidistante de M e Q é ______. (1)

d) As abcissas dos pontos, cuja soma das distâncias a O e a P é 5, são ______ e ______. (1—1)

e) A soma algébrica das abcissas de dois pontos distintos equidistantes de O é ______. (1)

f) A abcissa do ponto simétrico de O em relação a M é ______. (1)

g) A abcissa do ponto equidistante de dois pontos dados é a ______________ das abcissas dêsses pontos. (1)

h) A abcissa do ponto simétrico de O em relação ao ponto de abcissa a é ______. (1)

3. Escreva, nos lugares indicados no quadro seguinte, as somas os produtos dos números relativos escritos nas linhas e nas colunas dêsse quadro. Para maior segurança do resultado, realize cada operação em dois sentidos: de cima para baixo e de baixo para cima ou da esquerda para a direita e da direita para esquerda.

Total de pontos obtidos nesta página: ______

1. Soma dos números de cada coluna.

2. Soma dos números de cada linha.					3. Produto dos números de cada linha.
	— 2	— 1	+ 3	— 3	
	— 3	+ 5	— 1	+ 2	
	+ 4	— 2	— 2	— 1	
	— 1	+ 2	— 4	+ 5	

4. Produto dos números de cada coluna.

1. (1—1—1—1)
2. (1—1—1—1)
4. (1—1—1—1)
3. (1—1—1—1)

4. Escreva em cada casa vazia do quadro ao lado um número relativo, de modo que:

	— 6	+ 8
— 36		— 10
+ 9	— 12	

a) O produto dos números da primeira linha seja o simétrico do quadrado de — 12.

b) A soma dos números da terceira linha seja o número negativo de módulo 10.

c) A soma dos números da segunda coluna seja a metade da soma dos números da segunda linha. (2—2—2)

5. Para que valores inteiros de x se verificam simultâneamente as relações: $x^2 < 20$ e $x > -2$?

Resp.: ______, ______, ______, ______, ______, e ______. (2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

6. Complete as afirmações seguintes:

a) A soma de dois números simétricos é _____. (1)

b) Multiplicando-se um número relativo por _____ obtém-se seu simétrico. (1)

c) O módulo da diferença de dois números simétricos é _____ _____ do módulo comum a êsses números. (1)

d) A diferença entre os quadrados de dois números simétricos é _____. (1)

e) O módulo da diferença entre as raizes quadradas do número _____ é 24. (2)

7. Escreva em cada igualdade seguinte o **número relativo** que exprime o resultado das operações indicadas:

$(-2)^3 + (-3)^2 =$ ____ $(-1)^4 : (-1)^5 =$ ____

$(-4)^3 : (-2)^6 =$ ____ (1—1—1)

$(-5)^2 - (-5)^3 =$ ____ $(-2)^9 : (-4)^4 =$ ____

$(-3)^4 : (-9)^2 =$ ____ (1—1—1)

$(-3)^3 - 2\,(-4)^2 =$ ____

$(-1)^2 - (-2)^4 - (-3)^5 =$ ____ (2—2)

8. Que alteração sofre o produto de **n** números relativos quando se substitui cada um dêles por seu simétrico?

Resp.: Não se altera se _____________; _____________ se _____________. (2)

Total de pontos obtidos nesta página: _______

JULGAMENTO
Total de pontos da série: 60
Total de pontos obtidos: _____
Nota: _____

SÉRIE II
ASSUNTO: Quantidades algébricas.

1. A soma de três números inteiros e consecutivos, dos quais **x** é o maior, é _____. (2)

2. Se a soma de dois números é **s** e sua diferença é **d**, êsses números são _____ e _____. (2—2)

3. O comprimento de uma sala é **a** e excede de **b** sua largura. Logo, o perímetro dessa sala é _____ e sua área é _____. (2—2)

4. Um trabalhador ganha **x** cruzeiros por semana e gasta **y** cruzeiros por dia. Logo, no fim de três dias, economiza _____. (4)

5. O número cujos algarismos das unidades, das dezenas e das centenas são, respectivamente, **a**, **b** e **c**, é _______. (4)

6. Uma barra de comprimento **c** foi dividida em **m** partes iguais e cada uma dessas partes em **p** partes iguais. Logo, a barra foi dividida em _____ partes iguais e cada uma dessas partes mede _____. (2—2)

Total de pontos obtidos nesta página: _____

7. O número que, dividido por a, dá quociente q e resto r é __________. (4)

8. Se com x cruzeiros adquiro g gramas de um produto, com y cruzeiros posso adquirir ______ gramas dêsse produto. (4)

9. Uma pessoa dá p passos de d decímetros cada um em m minutos. Logo, em uma hora, percorreria ______ metros. (4)

10. Com a velocidade de x quilômetros por hora percorro certa distância em h horas. Logo, com a velocidade de y quilômetros por hora, percorrerei a mesma distância em ______ horas. (4)

11. A idade de Mauro é x anos e será igual à metade da idade de Pedro no fim de n anos. Logo, a idade atual de Pedro é ______ (4)

12. Dividiram-se m cruzeiros entre duas pessoas de modo que a primeira recebeu menos p cruzeiros do que a segunda. Logo, a primeira recebeu ______. (4)

13. Duas torneiras despejam num reservatório, respectivamente, x litros d'água em m horas e y litros em p horas. Logo, a quantidade de água despejada pelas duas torneiras em meia hora é ______. (4)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO

Total de pontos da série: 50

Total de pontos obtidos: ______

Nota: ______

SÉRIE III

ASSUNTO: Quantidades algébricas. Expressões algébricas. Valor numérico.

1. Dados três números desiguais, subtrai-se o médio do maior e o menor do médio; da primeira diferença obtida tira-se a segunda; o resultado subtrai-se da soma dos três números. Obtém-se, então, o ________________ do número médio. (3)

2. Um móvel, em movimento uniforme, percorre m metros em meia hora. Logo, em x horas e y minutos, percorrerá ________. (3)

3. Prove que se obtém o algarismo das dezenas de um número de dois algarismos, dividindo-se por 9 a diferença entre o número e a soma de seus algarismos. (3)

4. Classifique as expressões algébricas seguintes, escrevendo adiante de cada uma sua natureza (**inteira ou fracionária; racional ou irracional**):

$2x^2 + x\sqrt{3} - \frac{3x^4}{2}$: ____________ e ____________ (1)

$5x^3 - \frac{2}{x} + 3x\sqrt{5}$: ____________ e ____________ (1)

$2x^{\frac{1}{2}} + x^{-3} - 2x^2$: ____________ e ____________ (1)

5. A potência de menor expoente positivo de x pela qual se deve

Total de pontos obtidos nesta página: ______

multiplicar a expressão $x\sqrt{x} - 3x^{\frac{5}{2}}$ a fim de se obter uma expressão racional é ______. (2)

6. A potência de menor expoente de x pela qual se deve multiplicar a expressão $x^{-1} + 3x^{-3} - 5x + x^2$ a fim de se obter uma expressão inteira é ______. (2)

7. Calcule os valores numéricos das expressões seguintes:

$(x-y)^2 + \dfrac{x^2-y}{1-4y}$ para $x = 4$, $y = -2$ Resp.: ______ (4)

$\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y} + \dfrac{3x+1}{y-x}$ para $x=2$, $y=-4$ Resp.: ______ (4)

$x^y - y^x$ para $x= -3$, $y= -2$ Resp.: ______ (4)

$x^{-2} + (xy)^{-1} - y^{-2}$ para $x=\dfrac{1}{2}$, $y=-\dfrac{1}{3}$ Resp.: ______ (4)

8. A fim de que o valor numérico de $\dfrac{2m}{3}x^2y$ para $x = -\dfrac{1}{2}$ e $y= -\dfrac{2}{3}$, seja igual a -1, é preciso que m seja igual a ______ (3)

9. O valor numérico da expressão $2x + 5y$ é 3,5 quando se faz $x = y =$ ______. (3)

10. Obtém-se o menor valor numérico da expressão $1 + x^2 + x^4$ quando se faz $x =$ ______. (2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO
Total de pontos da série: 40
Total de pontos obtidos: ______
Nota: ______

SÉRIE IV
ASSUNTO: **Monômios e polinômios. Operações**

1. Efetue as operações abaixo indicadas e escreva os resultados em suas expressões mais simples:

$-2x^2y \cdot 3xy^3z^2 =$ ______ $12x^3y^4 : (-3xy^2) =$ ______ (1—1)

$x^2y^{-1} \cdot x^{-1}y^3 =$ ______ $18a^3b^4 : 9a^{-2}b^{-1} =$ ______ (1—1)

$x^{\frac{5}{3}} : x^{\frac{1}{3}} =$ ______ $2x^{\frac{1}{3}}y^{-1}\left(-3x^{\frac{5}{3}}y^3\right) =$ ______ (1—1)

$(-6x^2y^3)^2 : (-12x^3y^6) =$ ______ $(-2x^2y)^5 : (-2x^2y)^3 =$ ______ (2—2)

2. Escreva, em sua expressão mais simples, o produto dos monômios:

$\left(\dfrac{2}{3}\right)^3x^2y$ $\dfrac{5}{8}xy^{-2}$ $\dfrac{27}{2}y^3$ Resp.: ______ (3)

3. Sendo $P \equiv 2x^2y$ e $Q \equiv \dfrac{1}{2}xy^2$, escreva em suas expressões mais simples:

$PQ \equiv$ ______ $P:Q \equiv$ ______ $2Py-4Qx \equiv$ ______ (1—1—2)

4. O produto $2x^3y^2 \cdot 4x^{-1}y^p$ é um monômio do terceiro gráu em **x** e **y** se **p** é igual a ______. (2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

5. Multiplicando-se _____ por $-2x^2y^{\frac{1}{3}}$, obtém-se $8x^{-1}y^2$ (2)

6. Somando-se _____ a $x - y$ obtém-se $y - x$. (2)

7. Somando-se _____ a $2x$ obtém-se $5x - (y - 2x)$. (2)

8. Subtraindo-se _____ de $x - y$ obtém-se $y - (3x - y)$. (2)

9. Sem alterar a diferença $(5x+2y) - (3x+y)$, modifique seus têrmos de modo que:

a) o minuendo se torne $5x$; Resp.: _____ (3)

b) o minuendo se torne $x+y$; Resp.: _____ (3)

c) o subtraendo se torne $3y$; Resp.: _____ (3)

10. Simplifique as expressões:

$1 - \left\{ 2 - \left[3 - (4 - a) \right] \right\}$ Resp.: _____ (3)

$x \left\{ x \left[x (x - 1) - 2 \right] - 3 \right\} - 4$ Resp.: _____ (3)

$x - y - \left\{ a - \left[x - (x - y) \right] - (a - x) \right\}$ Resp.: _____ (3)

11. Somando-se _____ ao quadrado de $-3x^2y^{\frac{1}{2}}$ obtém-se x^4y (3)

12. Dividindo-se a quinta potência de _____ pelo seu quadrado obtém-se $-27x^3y^6$. (2)

Total de pontos obtidos nesta página: _____

JULGAMENTO
Total de pontos da série: 50
Total de pontos obtidos: _____
Nota: _____

SÉRIE V
ASSUNTO: Monômios e polinômios. Operações.

1. Escreva, em suas expressões mais simples e ordenados segundo as potências decrescentes de x, os polinômios homogêneos formados: a) por todos os têrmos do 2º gráu em **x** e **y**, tirados do quadro abaixo; b) por todos os têrmos do 3º gráu em **x** e **y**, tirados do mesmo quadro.

$+4x^2$	$+4x^2y$	$+6x^3$	$+xy^2$	$-2x^2y$
$-2x^3$	$+3x^2$	$-3xy^2$	$-xy$	$-2x^2$
$+7xy^2$	$-4y^3$	$-3xy$	$+7y^3$	$-8x^2y$

Resp.: a) _____ (4)

b) _____ (4)

2. Ordene os polinômios:

a) em relação às potências decrescentes de **x**:

$5x^2y^2 - 4y^4 + 2x^4 - 3x^3y + xy^3$.

Resp.: _____ (2)

b) em relação às potências crescentes de **x**:

$x^2y - 4x^5y^2 + 2x^6 - 3y^2 + 5x^3y^3 - 2x^4y^2$,

Resp.: _____ (2)

Total de pontos obtidos nesta página: _____

3. Escreva $(a+b)(x+y) - (a+b)(x-y)$ em sua expressão mais simples.

Resp.: ______ (3)

4. Dados os polinômios $P \equiv x^2 - 2xy + y^2$ e $Q \equiv x^2 + 2xy + y^2$, escreva em suas expressões mais simples:

$P - Q \equiv$ ______ $2P - 3Q \equiv$ ______ (2—3)

5. Escreva, em suas expressões mais simples, os produtos:

$(2 + x^2 - 3x)(x - 3) \equiv$ ______ (4)

$(1 + x)(1 + x^2) \equiv$ ______ (3)

$(1 + x)(1 + x^2)(1 + x^4) \equiv$ ______ (4)

$(1 + x + x^2)(1 - x + x^2) \equiv$ ______ (5)

$(1 + x + x^2 + x^3)(1 - x) \equiv$ ______ (6)

6. Dados os polinômios $A \equiv x^2 - 2x$ e $B = x^3 - 4$, calcule o polinômio C, tal que $2AB - C = 0$.

Resp.: $C \equiv$ ______ (4)

7. Calcule m de modo que o produto dos polinômios $x^2 + mx + 1$ e $2x^2 - 3x + m$ não tenha têrmo do 2º gráu.

Resp.: $m =$ ______ (4)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO

Total de pontos da série: 50

Total de pontos obtidos: ______

Nota: ______

SÉRIE VI

ASSUNTO: Monômios e polinômios. Operações.

1. Escreva, em suas expressões mais simples, os produtos:

$(x^2 + 2xy + y^2)(x^2 - 2xy + y^2) \equiv$ ______ (3)

$(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) \equiv$ ______ (3)

$[x^2 + (m + 1)x + m](x - 1) \equiv$ ______ (4)

$[x^2 + (a + b)x + ab](x + c) \equiv$ ______ (4)

2. Desenvolva e simplifique as expressões:

$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \equiv$ ______ (3)

$(a - b)(x - y) + (a - x)(y - b) + (a - y)(b - x)$

$\equiv$ ______ (5)

$(a - b)(x - c)^2 - (a - c)(x - b)^2 + (b - c)(x - a)^2$

$\equiv$ ______ (7)

3. O polinômio $x^3 - 4x^2y + 8mxy^2 + py^3$ não se altera quando se permutam as letras x e y, se $m =$ ______ e $p =$ ______ (1—1)

4. Verifique as identidades:

$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \equiv (ac - bd)^2 + (bc + ad)^2$ (4)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

$$a(b+c)^2 + b(a+c)^2 + c(a+b)^2 \equiv (a+b)(a+c)(b+c) + 4abc$$
(5)

$$(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3 \equiv 3(a-b)(b-c)(c-a)$$
(6)

$$(a+b+c)^2 + (b+c-a)^2 + (a+c-b)^2 + (a+b-c)^2 \equiv 4(a^2+b^2+c^2)$$
(8)

5. Dados os polinômios $A \equiv x^3 + 4x^2 - 6x + 3$ e $B \equiv x^4 + x^3 + 2x^2 - 4x - 1$, sem efetuar o produto AB, calcule o coeficiente do têrmo em x^4 dêsse produto.

Resp.: ______

(2)

6. Sendo A e B dois polinômios tais que $A + B \equiv 3x^4 - 4x^3 + 4x$ e $A - B \equiv x^4 + 8x^2 + 10$, calcule A e B.

Resp.: $A \equiv$ ______ (2)

$B \equiv$ ______ (2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO

Total de pontos da série: 60

Total de pontos obtidos: ______

Nota: ______

SÉRIE VII

ASSUNTO: Produtos notáveis. Fatoração.

1. Acrescente à direita de cada binômio abaixo um têrmo tal que o trinômio formado seja um quadrado:

$x^2 - 8x$ ______ $4x^2y^4 + 4xy^4$ ______ $\frac{4}{9}a^2 + \frac{16}{3}a$ ______ (1—1—1)

$a^2 + a$ ______ $\frac{x^2}{4} - x^2y$ ______ $a^2 - 4b$ ______ (1—1—1)

2. Decomponha em produtos de dois fatôres as expressões seguintes:

$x^2 - 36 \equiv$ ______ $(x + a)^2 - y^2 \equiv$ ______ (1—1)

$x^3 - y^3 \equiv$ ______ $a^3 + 1 \equiv$ ______ (1—1)

$8x^3 - 27a^3$ ______ $m^2 - 5 \equiv$ ______ (1—1)

$2xy + x^2 + y^2 - a^2 \equiv$ ______ (1)

$2xy - x^2 - y^2 + m \equiv$ ______ (1)

$ax + ay + bx + by \equiv$ ______ (1)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

$(4x + 3)^2 - (x - 2)^2 \equiv$ ____________ (1)

$(3x - 2)^2 + (2 - 3x)(x - 4) \equiv$ ____________ (2)

$x^2 - y^2 - 2ax - 2by + a^2 - b^2 \equiv$ ____________ (2)

3. Decomponha em produtos de três fatôres as expressões seguintes:

$x^4 - y^4 \equiv$ ________ $256a^4 - 1 \equiv$ ________ (1—2)

$(a+b)^4 - x^4 \equiv$ ____________ (2)

$x^3 - y^3 - x(x^2 - y^2) + y(x - y)^2 \equiv$ ____________ (3)

4. Decomponha em produtos de quatro fatôres as expressões seguintes:

$x^8 - 1 \equiv$ ____________ (3)

$a^6 - b^6 \equiv$ ____________ (3)

$x^4 - (a^2 + b^2)x^2 + a^2b^2 \equiv$ ____________ (3)

$4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2 \equiv$ ____________ (3)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO

Total de pontos da série: 40

Total de pontos obtidos: ______

Nota: ______

SÉRIE VIII

ASSUNTO: Produtos notáveis. Fatoração

1. Desenvolva as potências seguintes:

$(4x + 1)^2 \equiv$ ________ $(x^2 - \frac{2}{x})^2 \equiv$ ________ (1—1)

$(1 - xy)^3 \equiv$ ________ $(\frac{x}{y} + \frac{y}{x})^2 \equiv$ ________ (1—1)

3. Prove que

$(a+x)(a-x) + (b+y)(b-y) \equiv (a+y)(a-y) + (b+x)(b-x)$ (1)

3. O valor numérico do polinômio $x^2 + 5mxy + y^2$ será nulo para quaisquer valores iguais de x e y se m fôr igual a ______ (2)

4. Subtraindo-se ______ de $4x^2 - 6x - 9$ obtêm-se $(2x - 3)(2x + 3)$. (2)

5. Ponha em evidência:

a) o fator xy no polinômio $x^2(x-y) + y^2(x-y) - (x-y)^3$; (3)
Resp.: ____________

b) o fator x—y no polinômio $mx^2 + px + q - (my^2 + py + q)$; (3)
Resp.: ____________

c) o fator a+b no polinômio $a^4 - 2a^3 + a^2b + ab^2 - 2b^3 - b^4$; (3)
Resp.: ____________

Total de pontos obtidos nesta página: ______

d) o fator x—y no polinômio $mx^4 - (2p-1)x^2y^2 - (m-2p)x^2y - xy^3$;

Resp.: ______________________ (3)

e) o fator a^2x+ax^2 no polinômio

$a^2x(1+x) + ax^2(1+a) + ax(a+x) + 2a^2x^2$

Resp.: ______________________ (3)

5. Escreva em suas expressões mais simples os produtos:

$(\sqrt{x+a}+\sqrt{x}-\sqrt{a})(\sqrt{x+a}-\sqrt{x}+\sqrt{a}) =$ ______________________ (4)

$a\left(x-\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\left(x-\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right) =$ ______________________ (4)

6. Dados os polinômios $P = x^2+2ax+a^2$ e $Q = x^2-2ax+a^2$, calcule, em suas expressões mais simples,

$\sqrt{P}+\sqrt{Q} =$ ______________ (2)

$\sqrt{PQ} =$ ______________ (2)

$P\sqrt{Q} - Q\sqrt{Q} =$ ______________ (4)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO

Total de pontos da série: 40

Total de pontos obtidos: ______

Nota: ______

SÉRIE IX

ASSUNTO: Frações algébricas. Simplificação.

1. Escreva, adiante de cada fração seguinte, sua expressão mais simples:

$\frac{x+y}{x^2-y^2} =$ ______ $\frac{x^2+1}{x^4-1} =$ ______ (1—1)

$\frac{ax-a^2}{x^2-a^2} =$ ______ $\frac{x^2+xy}{xy+y^2} =$ ______ (1—1)

$\frac{x^2-y^2}{x^3-y^3} =$ ______ $\frac{a^2-a}{a-a^3} =$ ______ (1—1)

$\frac{x^3y-2x^2y^2}{4x^2y^2-8xy^3} =$ ______ $\frac{x^2+x+1}{x^3-1} =$ ______ (1—1)

$\frac{(x+y)^2-1}{(1+x)^2-y^2} =$ ______ $\frac{x^2+2xy}{x^2-2y^2+xy} =$ ______ (2—2)

$\frac{16a^2-(a+5b)^2}{(4a-5b)^2-a^2} =$ ______ $\frac{9x^2-(5x+8y)^2}{4x^2-4y^2} =$ ______ (2—2)

$\frac{x^2-4}{x^2-(3x-8)^2} =$ ______ $\frac{x^4-(6x-9)^2}{(x-3)^2} =$ ______ (2—2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

$\dfrac{(x+1)^3 - (x+1)^2}{x(x^2+2x+1)} \equiv$ ______ $\dfrac{a^2+2a+1}{a^4+a^3-a^2-a} \equiv$ ______ (2—2)

$\dfrac{x^2+ax+x+a}{x^2+ax+2x+2a} \equiv$ ______ $\dfrac{a^2+b^2-c^2+2ab}{a^2+c^2-b^2+2ac} \equiv$ ______ (2—2)

$\dfrac{1+a-a^2-a^3}{1-a^2+a^3-a^5} \equiv$ ______ $\dfrac{x+y+a}{x^2+2xy+y^2-a^2} \equiv$ ______ (2—2)

$\dfrac{x+a}{x^2+(a+b)x+ab} \equiv$ ______ $\dfrac{x^2+(a-b)x-ab}{x^2-a^2} \equiv$ ______ (3 — 3)

2. A fração $\dfrac{x+y}{x^2+ky^2}$ torna-se igual a $\dfrac{1}{x-y}$ se $k \equiv$ ______ (3)

3. Adicionando-se ______ ao denominador da fração $\dfrac{x-1}{x^2}$, esta fração torna-se igual a $\dfrac{1}{x+1}$. (3)

4. Subtraindo-se ______ do numerador da fração $\dfrac{(x-2)^2}{(x+2)^2}$, esta fração torna-se igual a 1. (3)

5. Se k=1, as frações $\dfrac{x+k}{x^2-1}$ e $\dfrac{x-k}{(x-1)^2}$ são ______ (3)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO

Total de pontos da série: 50

Total de pontos obtidos: ______

Nota: ______

SÉRIE X

ASSUNTO: Frações algébricas. Simplificação. Operações.

1. Escreva, adiante de cada fração seguinte, sua expressão mais simples:

$\dfrac{x^2-2xy+y^2}{x^3-y^3-3xy(x-y)} \equiv$ ______ $\dfrac{y-x}{ax^3+x^2-y^2-ay^3} \equiv$ ______ (2 - 2)

$\dfrac{(a+b+x)^2-(a+b-x)^2}{x^2(a^2-b^2)} \equiv$ ______ $\dfrac{x+y+2}{x^2+y^2+2(xy+x+y)} \equiv$ ______ (2—2)

$\dfrac{(x+1)(x^2-1)^2}{(x^2+2x+1)(x-1)^3} \equiv$ ______ $\dfrac{(a+b)^2+x^2}{(a^2+b^2+x^2)^2-4a^2b^2} \equiv$ ______ (2 2)

2. Adicionando-se ______ ao denominador da fração $\dfrac{4x^2-9}{4x^2+9}$, esta fração torna-se igual a $\dfrac{2x-3}{2x+3}$. (2)

3. Efetue as operações abaixo indicadas e escreva seus resultados em suas expressões mais simples:

$\dfrac{1}{x+2} - \dfrac{1}{x} \equiv$ ______ $\dfrac{1}{x+2} + \dfrac{1}{x-4} \equiv$ ______ (2—2)

$\dfrac{1}{x+a} + \dfrac{1}{x-a} \equiv$ ______ $\dfrac{1}{x-y} + \dfrac{y}{(x-y)^2} \equiv$ ______ (2—2)

$\dfrac{1}{x+y} + \dfrac{y}{x^2-y^2} \equiv$ ______ $\dfrac{x^2}{x-y} + \dfrac{y^2}{y-x} \equiv$ ______ (2—2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

$\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \equiv$ ______ $\quad \frac{x}{(x+y)^2} + \frac{y}{x^2-y^2} \equiv$ ______ (2—2)

$x+y + \frac{y^2}{x-y} \equiv$ ______ $\quad \frac{x}{x-a} - \frac{a^2}{x^2-a^2} \equiv$ ______ (2—2)

$\frac{a+1}{x^2-a^2} + \frac{a-1}{(x-a)^2} \equiv$ ______ $\quad \frac{1}{1-x} - (1+x+x^2) \equiv$ ______ (2—2)

$\frac{xy}{x^2-y^2} \times \frac{x^2+2xy+y^2}{x^2+xy} \equiv$ ______ $\quad \frac{x^2+x+1}{x^2-x+1} \div \frac{x^3-1}{x^2+1} \equiv$ ______ (2—2)

$\frac{1}{x+1} + \frac{4}{x^2-1} + \frac{4}{x^3-x^2-x+1} \equiv$ ______ (4)

4. Prove que a^2b-ab é a média proporcional de a^4b^2 e $1 - \frac{2}{a} + \frac{1}{a^2}$. (4)

5. Multiplicando-se a fração ______ por $\frac{x+y}{x+2y}$ obtém-se a raiz quadrada de $x^2-4xy+4y^2$. (4)

6. Reduza à sua expressão mais simples cada uma das frações algébricas seguintes:

$\frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} \equiv$ ______ $\quad \frac{\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2}{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}} \equiv$ ______ (3—3)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO

Total de pontos da série: 60

Total de pontos obtidos: ______

Nota: ______

SÉRIE XI

ASSUNTO: Frações algébricas. Simplificação. rações.

1. Efetue as operações abaixo indicadas e escreva seus resultados em suas expressões mais simples:

$\frac{1}{x-y} + \frac{y}{x^2+xy+y^2} \equiv$ ______ $\quad \frac{1}{x} - \frac{1}{x+y} + \frac{1}{xy+y^2} \equiv$ ______ (3—3)

$\frac{2x}{x+1} + \frac{2}{x-1} - \frac{2x^2}{x^2-1} \equiv$ ______ (3)

$\frac{1}{x^2-mx} + \frac{1}{x^2+mx} - \frac{2}{x^2-m^2} \equiv$ ______ (3)

$\frac{x^3}{x-1} - \frac{2x}{x^2-1} + \frac{1}{x+1} \equiv$ ______ $\quad \frac{x}{x+1} + \frac{x-1}{x} + \frac{1}{x(x+1)} \equiv$ ______ (3—3)

$1 + x + x^2 + x^3 + \frac{x^4}{1-x} \equiv$ ______ (2)

2. Reduza à sua expressão mais simples cada uma das expressões algébricas seguintes:

$\frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}} \equiv$ ______ $\quad \frac{x + \frac{xy}{x+y}}{y + \frac{xy}{y-x}} \equiv$ ______ (3—3)

$\frac{1 + \frac{x}{1-x}}{1 - \frac{x}{1+x}} \equiv$ ______ $\quad \frac{\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+x}}{\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x}} \equiv$ ______ (3—3)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

$$\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}\left(1+\frac{2xy}{x^2+y^2}\right) \equiv \text{______}$$

$$\frac{1}{x-y}\left(\frac{1}{1-x}-\frac{1}{1-y}\right) \equiv \text{______}$$

$$\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+a}}} \equiv \text{______}$$

(3—3)

$$\frac{\frac{1}{xy}+\frac{1}{xz}+\frac{1}{yz}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}} \equiv \text{______}$$

(3—3)

$$\frac{x-1}{x+1}+\frac{x+1}{x-1}-\frac{x^2+1}{x^2-1} = \text{______}$$

(3)

$$\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{xy}+\frac{1}{y^2}\right) \div \frac{x^3-y^3}{x^2y^2} \equiv \text{______}$$

(3)

$$\frac{x^2+y^2}{xy}-\frac{x^2}{xy+y^2}-\frac{y^2}{x^2+xy} = \text{______}$$

(4)

$$\frac{x}{(x-y)(x-z)}+\frac{y}{(y-x)(y-z)}+\frac{z}{(z-x)(z-y)} \equiv \text{______}$$

(6)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO

Total de pontos da série: 60

Total de pontos obtidos: ______

Nota: ______

SÉRIE XII

ASSUNTO: Identidades. Equações do 1º grau. Resolução· Verificação de equações.

1. Classifique cada uma das igualdades seguintes (identidade ou equação):

$$\frac{x+1}{2} = x \quad : \text{______}$$ (1)

$$(x+1)^2 - 2x = x^2+1 \quad : \text{______}$$ (1)

$$(x+1)^2 - 4x = (x-1)^2 \quad : \text{______}$$ (1)

$$(x+4)^2 - 4 = x\,(x+8) \quad : \text{______}$$ (1)

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{4} = x^2 \quad : \text{______}$$ (1)

$$\frac{x^2-1}{x-1} - 1 = x\,(x+1) \quad : \text{______}$$ (1)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

2. Resolva as equações seguintes:

$x - \frac{x-1}{4} = 4$ Resp.: $x =$ ______ (1)

$\frac{x+1}{2} + \frac{x+2}{3} = x$ Resp.: $x =$ ______ (1)

$2x - \frac{1}{3}(x-1) = \frac{3x}{2}$ Resp.: $x =$ ______ (1)

$0{,}66\ldots (x-9) + 4 = \frac{x-8}{4}$ Resp.: $x =$ ______ (1)

$\frac{8}{x-3} = \frac{12}{x-2}$ Resp.: $x =$ ______ (1)

$x - \frac{x-2}{2} = \frac{x+8}{3}$ Resp.: $x =$ ______ (1)

$x(x-4) = (x+2)(x-2)$ Resp.: $x =$ ______ (1)

$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} = \frac{3}{(x+1)(x+2)}$ Resp.: $x =$ ______ (2)

$(x+1)(x+\frac{1}{2}) = (x+3)(x+\frac{1}{4})$ Resp.: $x =$ ______ (2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-3} = \frac{2}{x-5}$ Resp.: $x =$ ______ (2)

$(2x+\frac{1}{2})(3x-\frac{1}{2}) = 6(x+1)(x+2) - \frac{119}{4}$ Resp.: $x =$ ______ (3)

$x + 1 = \sqrt{2}(x-1)$ Resp.: $x =$ ______ (2)

$\sqrt{2}(x-3) = 4 - x$ Resp.: $x =$ ______ (2)

$\frac{\sqrt{2} + \frac{1}{x+\sqrt{2}}}{\sqrt{2} - \frac{1}{x+\sqrt{2}}} = 3$ Resp.: $x =$ ______ (3)

3. Verifique que $\sqrt{2} + 1$ é raiz das equações abaixo, mostrando que são iguais os valores numéricos de seus dois membros para aquele valor de x:

$x^2(x-1) = 3x+1$ Verificação: ______ = ______ (3)

$x - \frac{1}{x + \frac{1}{x-1}} = 2$ Verificação: ______ = ______ (4)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

4. Calcule m de modo que a raiz da equação

$$2(m+x) - m(x-1) = \frac{x+m}{3} + 4m$$

seja -2.

Resp.: $m =$ ______ (3)

5. Calcule a de modo que as equações $ax = x+4$ e $ax = 4x+1$ sejam equivalentes.

Resp.: $a =$ ______ (3)

6. Calcule a de modo que $\frac{2\sqrt{2}}{a+\sqrt{2}}$ seja raiz da equação $x(1+\sqrt{3}) = \sqrt{3}(1+x) - 1$.

Resp.: $a =$ ______ (4)

7. Calcule m de modo que $\frac{\sqrt{2}}{2}$ seja raiz da equação $2x^2 - (m-1)x - m = 0$.

Resp.: $m =$ ______ (4)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO
Total de pontos da série: 50
Total de pontos obtidos: ______
Nota: ______

SÉRIE XIII

ASSUNTO: Equações do 1º grau. Resolução e discussão.

1. Resolva as equações seguintes:

$\frac{x}{m} - \frac{x}{4m} = 9 \quad (m \neq 0)$ Resp.: $x =$ ______ (2)

$\frac{2}{x-a} = \frac{1}{x-1}$ Resp.: $x =$ ______ (2)

$\frac{x}{2} + m = \frac{x}{4} + p$ Resp.: $x =$ ______ (2)

$\frac{1}{x+a} + \frac{1}{a} = 0 \quad (a \neq 0)$ Resp.: $x =$ ______ (2)

$\frac{x+a}{m+p} = \frac{x-a}{m-p} \quad (p \neq 0)$ Resp.: $x =$ ______ (2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

$x - \{ a - [x - (a - x)] \} = a$ Resp.: $x =$ ______ (2)

$x - [x - (x - a)] = a - [a - (a - x)]$ Resp.: $x =$ ______ (2)

2. Para que valor de **m** a equação $(m+1)x = m^2 - 1$:

a) é determinada?

Resp.: $m \neq$ ______ (1)

b) é indeterminada?

Resp.: $m =$ ______ (1)

c) tem raiz nula?

Resp.: $m =$ ______ (1)

d) tem a raiz 9?

Resp.: $m =$ ______ (1)

3. Para que valor de a a equação $a(x+1) = x+4$ não tem solução?

Resp.: $a =$ ______ (2)

4. Estabeleça a condição para que cada uma das equações abaixo seja determinada e calcule sua raiz:

Equação	Condição	Raiz	
$a(x-a) = x$	______	$x =$ ______	(2—2)
$\frac{a}{b-x} = c$	______	$x =$ ______	(2—2)
$ax - b = cx - d$	______	$x =$ ______	(2—2)
$\frac{a}{a-x} = \frac{b}{b-x}$	______	$x =$ ______	(2—2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

Equação	Condição	Raiz	
$\frac{x-a}{b} = \frac{x-b}{a}$	______	$x =$ ______	(2—2)
$\frac{x}{m} + 1 = \frac{x}{p} - 1$	______	$x =$ ______	(2—2)
$(x+1)\ (x+a) = (x-1)\ (x-a)$	______	$x =$ ______	(2—2)
$\frac{1}{a-x} + \frac{1}{x} = \frac{a}{x}$	______	$x =$ ______	(2—2)
$m + \frac{x-m}{p} = p + \frac{x-p}{m}$	______	$x =$ ______	(2—2)
$\frac{\frac{x}{a} - b}{a} = \frac{\frac{x}{b} - a}{b}$	______	$x =$ ______	(2—2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO

Total de pontos da série: 60

Total de pontos obtidos: ______

Nota: ______

SÉRIE XIV

ASSUNTO: Equações do 1º grau.
Resolução e discussão.

1. Estabeleça a condição tal que:

a) a equação $\frac{a}{x} + \frac{b}{x} = ab$ seja impossível;

Resp.: ______________________ (3)

b) a equação $\frac{m}{x-1} = \frac{1}{x-m}$ seja indeterminada;

Resp.: ______________________ (3)

c) a equação $a + \frac{2bx}{a+b} = x + b$ seja indeterminada.

Resp.: ______________________ (3)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

2. Estabeleça as condições sob as quais a equação

$$\frac{ax}{a+b} + b = \frac{bx}{a+b} + a$$

a) é determinada;

Resp.: ______________________ (4)

b) é indeterminada.

Resp.: ______________________ (4)

3. Sob que condição a equação $\frac{x}{m} + m = \frac{x}{p} + p$ é indeterminada?

Resp.: ______________________ (3)

4. Estabeleça as condições para que a equação $\frac{a}{x+1} = \frac{b}{x} + \frac{1}{x-1}$ seja do primeiro gráu e determinada. Ache sua solução.

Condições: __________ Solução: __________ (3—3)

5. Discuta cada uma das equações abaixo e apresente sua solução na hipótese de ser determinada:

a) $mx + 16 = m^2 - 4x$

Total de pontos obtidos nesta página: ______

Discussão { $m \neq$ ______: determinada; $m =$ ______: ______ } Solução: $x =$ ______ (4—4)

b) $\frac{x}{a+b} - \frac{x}{a-b} = \frac{2b}{a^2 - b^2}$ $(a \neq b)$

Discussão { ______: determinada; ______: ______ } Solução: $x =$ ______ (4—4)

c) $\frac{mx - 1}{p} + \frac{px - 1}{m} = 2x$

Discussão { ______: determinada; ______: ______ } Solução: $x =$ ______ (4—4)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO
Total de pontos da série: 50
Total de pontos obtidos: ______
Nota: ______

SÉRIE XV

ASSUNTO: Equações do 1º grau.
Resolução e discussão.

1. Para que valores de m a equação $\frac{m}{x-1} = \frac{1}{x-m}$:

a) tem raiz nula? Resp.: ______ (2)

b) tem raiz positiva? Resp.: ______ (2)

c) tem raiz negativa? Resp.: ______ (2)

d) é indeterminada? Resp.: ______ (2)

2. Para que valores de m a equação
$m(x - m) = 4(x + 4) + 8m$:

a) tem raiz positiva? Resp.: ______ (2)

b) tem raiz nula? Resp.: ______ (2)

c) tem raiz negativa? Resp.: ______ (2)

d) não tem solução? Resp.: ______ (2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

3. Estabeleça a condição para que cada uma das equações abaixo tenha uma solução e calcule essa solução:

Equação	Condição	Solução
$\dfrac{x+a}{b} - \dfrac{x-b}{a} = 2$ $(a \neq 0 \text{ e } b \neq 0)$	______	$x =$ ______ (2—2)
$\dfrac{1}{ab} - \dfrac{x-a}{a} + \dfrac{x-b}{b} = 0$ $(a \neq 0 \text{ e } b \neq 0)$	______	$x =$ ______ (3—3)
$\dfrac{ab\,(a+b)}{x} + \dfrac{a^3-b^3}{a-b} = (a+b)^2$ $(a \neq b)$	______	$x =$ ______ (4—4)
$\dfrac{x+a}{x+b} - \dfrac{x-b}{x-a} = \dfrac{(a+b)\,x}{(x-a)\,(x+b)}$	______	$x =$ ______ (4—4)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

4. Estabeleça as condições sob as quais a equação

$$\frac{x}{a} + m = \frac{x}{b} + p \qquad (a \neq 0 \text{ e } b \neq 0)$$

a) tem uma solução; Resp.: ______ (2)

b) não tem solução; Resp.: ______ (2)

c) tem uma infinidade de soluções Resp.: ______ (2)

d) tem raiz nula. Resp.: ______ (2)

5. Complete o quadro abaixo, que resume a discussão da equação $2\,m\,(x+1) = 3x\,(m-1)$:

- $m \neq$ ______: determinada
  - $m =$ ______: solução nula
  - $m <$ ______ ou $m >$ ______: solução positiva
  - ______ $< m <$ ______: solução negativa
- $m =$ ______: impossível

(2—2—2—2—2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO
Total de pontos da série: 60
Total de pontos obtidos: ______
Nota: ______

SÉRIE XVI

ASSUNTO: Sistemas de equações do 1º grau. Resolução e discussão.

1. Calcule as soluções dos sistemas seguintes:

$$\begin{cases} 9x - 4y = 1 \\ x + y = \dfrac{5}{6} \end{cases}$$

Solução: $\begin{cases} x = \text{———} \\ y = \text{———} \end{cases}$

(2—2)

$$\begin{cases} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{4} = 1 \\ 2x - y = 20 \end{cases}$$

Solução: $\begin{cases} x = \text{———} \\ y = \text{———} \end{cases}$

(2—2)

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 4x - 3y = 7\sqrt{2} \end{cases}$$

Solução: $\begin{cases} x = \text{———} \\ y = \text{———} \end{cases}$

(2—2)

Total de pontos obtidos nesta página: ———

$$\begin{cases} \dfrac{x+2}{5} + \dfrac{y+1}{3} = 2 \\ \dfrac{x-1}{2} + \dfrac{y+4}{2} = 4 \end{cases}$$

Solução: $\begin{cases} x = ____ \\ y = ____ \end{cases}$ (3—3)

$$\begin{cases} \dfrac{x+y}{3} - \dfrac{x-y}{4} = 1 \\ \dfrac{5(x+y)}{12} + 7 = x - y \end{cases}$$

Solução: $\begin{cases} x = ____ \\ y = ____ \end{cases}$ (3—3)

$$\begin{cases} \dfrac{1}{2x+3y} = \dfrac{2}{x-5y+1} \\ \dfrac{1}{x+y+1} = \dfrac{2}{x-2y+2} \end{cases}$$

Solução: $\begin{cases} x = ____ \\ y = ____ \end{cases}$ (3—3)

2. Classifique cada um dos sistemas seguintes (determinado, indeterminado ou impossível):

$$\begin{cases} \dfrac{x}{3} + y = \dfrac{3}{4} \\ 2x + 6y = 9 \end{cases}$$

Resp.: ______ (4)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

$$\begin{cases} x\sqrt{2} + 2y = 2 + \sqrt{2} \\ x + y\sqrt{2} = 1 + \sqrt{2} \end{cases}$$

Resp.: ______ (4)

$$\begin{cases} \dfrac{x}{1+\sqrt{3}} = \dfrac{y}{1+\sqrt{2}} \\ x + 3y = 0 \end{cases}$$

Resp.: ______ (4)

$$\begin{cases} 4(x+y) = 3(1+x) + \dfrac{13y}{4} \\ \dfrac{4x+15y}{1+y} = 12 \end{cases}$$

Resp.: ______ (4)

3. Calcule **m** de modo que o valor de **x** no sistema seguinte seja o quádruplo do valor de **y**:

$$\begin{cases} x - my = 2 \\ mx - 10y = 4 \end{cases}$$

Resp.: m = ______ (6)

4. Calcule **m** e **p** de modo que sejam equivalentes os sistemas seguintes:

$$\begin{cases} x + y = m \\ 2x - 3y = p \end{cases} \qquad \begin{cases} x + 2y = p + 7 \\ 3x - 2y = m \end{cases}$$

Resp: m = ______, p = ______ (4—4)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO

Total de pontos da série: 60

Total de pontos obtidos: ____

Nota: ____

SÉRIE XVII

ASSUNTO: Sistemas de equações do 1º grau. Resolução e discussão.

1. Verifique se o parâmetro a está sujeito a alguma condição a fim de que o sistema

$$\begin{cases} ax + y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$$

tenha uma solução. Calcule essa solução.

Resp.: x = ____, y = ____ (2—2)

2. Mesma questão para o sistema

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ (a - 1)\,x - (a + 1)\,y = 0 \end{cases}$$

Resp.: x = ____, y = ____ (4—4)

3. Estabeleça as condições para que os sistemas abaixo sejam determinados e calcule suas soluções:

Sistema	Condição	Solução
$\begin{cases} ax + by = 2ab \\ ax - by = 0 \end{cases}$	____	x = ____, y = ____

(2—2—2)

Total de pontos obtidos nesta página: ____

Sistema	Condição	Solução
$\begin{cases} x + y = a + b \\ bx + ay = 2ab \end{cases}$	______	x = ______, y = ______ (2—2—2)
$\begin{cases} 2x + y = m \\ y = \dfrac{x}{p} \end{cases}$	______	x = ______, y = ______ (2—2—2)
$\begin{cases} a^2x + ay = 1 \\ x + y = a \end{cases}$	______	x = ______, y = ______ (2—2—2)
$\begin{cases} ax + y = 2a \\ x + ay = a^2 + 1 \end{cases}$	______	x = ______, y = ______ (2—2—2)
$\begin{cases} \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1 \\ \dfrac{x}{b} + \dfrac{y}{a} = 1 \end{cases}$	______	x = ______, y = ______ (2—2—2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

Sistema	Condição	Solução
$\begin{cases} mx + (m + 1)\,y = -1 \\ (m + 1)\,x + my = 1 \end{cases}$	______	x = ______, y = ______ (2—2—2)
$\begin{cases} x + y = m \\ ax - by = m\,(a - b) \end{cases}$	______	x = ______, y = ______ (2—2—2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO
Total de pontos da série: 60
Total de pontos obtidos: ______
Nota: ______

SÉRIE XVIII

ASSUNTO: Sistemas de equações do 1º grau. Resolução e discussão. Artifícios de cálculo.

1. Estabeleça as condições para que os sistemas abaixo sejam determinados e calcule suas soluções:

Equação	Condição	Solução
$\begin{cases}(m+1)\,x+(m-1)\,y=m\\(m^2+1)\,x+(m^2-1)\,y=m^2\end{cases}$	______	x = ______, y = ______
		(2—2—2)
$\begin{cases}(a+b)\,x-(a-b)\,y=4ab\\(a-b)\,x+(a+b)\,y=0\end{cases}$	______	x = ______, y = ______
		(2—2—2)
$\begin{cases}\dfrac{x}{m+p}+\dfrac{y}{m-p}=2m\\x-y=4mp\end{cases}$	______	x = ______, y = ______
		(2—2—2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

2. Calcule **m** e **p** de modo que seja indeterminado o sistema

$$\begin{cases} 5x + 3y = 4 \\ (p-2)x + (m+1)y = 2m \end{cases}$$

Resp.: m = ______, p = ______ (3—3)

3. Complete o quadro abaixo que resume a discussão do sistema:

$$\begin{cases} x + y = a \\ x + a^2y = 1 \end{cases}$$

Discussão $\begin{cases} a \neq ____ \text{ e } a \neq ____\text{: determinado} \\ a = ____\text{: impossível} \\ a = ____\text{: indeterminado} \end{cases}$

(2—2—2)

4. Complete o quadro abaixo que resume a discussão do sistema:

$$\begin{cases} 3x + my = 9 \\ (m+1)x + 2y = 2m \end{cases}$$

Discussão $\begin{cases} m \neq ____ \text{ e } m \neq ____\text{: determinado} \\ m = ____\text{: impossível} \\ m = ____\text{: indeterminado} \end{cases}$

(2—2—2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

5. Resolva os sistemas seguintes, reduzindo-os, por artifício de cálculo, a sistemas do 1º gráu:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{2}{y} = 10 \\ \dfrac{3}{x} - \dfrac{1}{y} = 2 \end{cases}$$

Solução: $\begin{cases} x = ____ \\ y = ____ \end{cases}$ (3—3)

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{3}{4} \\ \dfrac{3x}{2} + 5y = 2xy \end{cases}$$

Solução: $\begin{cases} x = ____ \\ y = ____ \end{cases}$ (3—3)

$$\begin{cases} \dfrac{x+y}{xy} = \dfrac{1}{8} \\ \dfrac{y-x}{xy} = \dfrac{3}{8} \end{cases}$$

Solução: $\begin{cases} x = ____ \\ y = ____ \end{cases}$ (3—3)

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x-y} + \dfrac{1}{x+y} = 3 \\ \dfrac{1}{x-y} - \dfrac{1}{x+y} = 1 \end{cases}$$

Solução: $\begin{cases} x = ____ \\ y = ____ \end{cases}$ (3—3)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO

Total de pontos da série: 60

Total de pontos obtidos: ______

Nota: ______

SÉRIE XIX

ASSUNTO: Desigualdades. Inequações do 1º grau.

1. Que valor inteiro pode assumir x, se $\frac{4}{5} < x < \frac{5}{4}$? (1)

Resp.: x = ______

2. Que valor inteiro pode assumir x, se $-\frac{4}{3} < x < 0$? (1)

Resp.: x = ______

3. Que valores inteiros pode assumir 2x, se $1,25 < x < 2,5$? (1—1)

Resp.: ______ e ______

4. Que valores inteiros pode assumir a soma $x + y$, se $0,5 < x < 2$ e $1 < y < 1,2$? (1—1)

Resp.: ______ e ______

5. Se $1 < x < 3$, conclui-se que ______ $< x + 4 <$ ______. (1)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

6. Se $3 < x < 4$, conclui-se que ______ $< -x <$ ______. (1)

7. Se $x > 5$ e $y < 1$, conclui-se que $x - y$ ______. (1)

8. Se $\frac{1}{2} < x < 5$, conclui-se que ______ $< \frac{1}{x} <$ ______. (1)

9. Resolva as inequações seguintes:

$2(1 + x) < 5(x - 1)$ Resp.: ______ (4)

$\frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} > 2$ Resp.: ______ (4)

$m(mx - 1) < 1 - x$ Resp.: ______ (4)

$(x-1)(x-2) > (x+1)(x+2)$ Resp.: ______ (4)

$\frac{x}{x-2} > 0$ Resp.: ______ (4)

$\frac{x-4}{x+1} < 0$ Resp.: ______ (4)

10. Estabeleça as condições sob as quais as inequações abaixo têm solução e apresente essas soluções:

Total de pontos obtidos nesta página: ______

a) $2mx > 5m$ (2—2)

Resp.: {Se $m >$ ______: ______
{Se $m <$ ______: ______

b) $a(x - 3) > 0$ (2—2)

Resp.: {Se $a >$ ______: ______
{Se $a <$ ______: ______

c) $a(x - a) > x - 1$ (4—4)

Resp.: {Se $a >$ ______: ______
{Se $a <$ ______: ______

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO

Total de pontos da série: 50

Total de pontos obtidos: ______

Nota: ______

SÉRIE XX

ASSUNTO: Desigualdades· Inequações do 1º grau. Inequações simultâneas.

1. Estabeleça as condições sob as quais as inequações abaixo têm solução e apresente essas soluções:

a) $\frac{a}{b-x} < \frac{b}{a-x}$

Resp. $\begin{cases} \text{Se} \ ____ > ____ : & ________ \\ \text{Se} \ ____ < ____ : & ________ \end{cases}$ (3—3)

b) $\frac{x}{m} + \frac{x}{p} < 1$

Resp. $\begin{cases} \text{Se } m + p > ____ : & ________ \\ \text{Se } m + p < ____ : & ________ \end{cases}$ (3—3)

c) $x + \sqrt{a} < x\sqrt{a} + 1$

Total de pontos obtidos nesta página: ____

$$\text{Resp.}\begin{cases}\text{Se } ____ < 1: ________ \\ \text{Se } ____ > 1: ________\end{cases}$$ (3—3)

2. Indique os valores de x que satisfazem simultâneamente às inequações:

$$\begin{cases} x - \dfrac{x-1}{3} < 5 \\ x(x-1) + 4 < x^2 + 3x \end{cases}$$ Resp.: ________ (5)

$$\begin{cases} \dfrac{x+1}{6} + \dfrac{x-1}{4} < 2 \\ \dfrac{x+1}{2} - 2(x-5) > 6 \end{cases}$$ Resp.: ________ (5)

$$\begin{cases} \dfrac{2x+1}{3} + x > 2 \\ 2(1-x) - 3(2-x) > 3x \end{cases}$$ Resp.: ________ (5)

$$\begin{cases} 3(x-2a) < 2(x-2a) - a \\ a(x-1) < x-1 \end{cases}$$ $$\text{Resp.}\begin{cases}\text{Se } a > ___: ____ \\ \text{Se } a < ___: ____\end{cases}$$ (3—3)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

3. Indique os valores de x que satisfazem às duplas desigualdades:

$$2 < \frac{x-1}{2} < 5$$ Resp.: ________ (6)

$$x - \frac{1}{2} < \frac{x+1}{3} < x + \frac{1}{2}$$ Resp.: ________ (6)

4. Sendo a e b números positivos, prove que:

a) $\dfrac{a+b}{a} \geqslant \sqrt{ab}$ (5)

(**Sugestão:** parta da identidade $(a+b)^2 - (a-b)^2 \equiv 4ab$.)

b) $\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a} \geqslant 2$ (4)

(**Sugestão:** elimine os denominadores e utilize o resultado anterior).

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO
Total de pontos da série: 60
Total de pontos obtidos: ______
Nota: ______

SÉRIE XXI

ASSUNTO: Problemas do 1º grau. Resolução.

Resolva os problemas seguintes, utilizando, de preferência, uma equação com uma incógnita:

1. Acrescentando-se a um número sua metade e sua têrça parte, obtém-se 22. Calcule êsse número.

(4)

Resp.: ________

2. Divida 90 em duas partes tais que o quociente da primeira por 2 seja igual ao quociente da segunda por 3.

(2—2)

Resp.: ________ e ________

3. Divida 720 cruzeiros entre duas pessoas de modo que a primeira receba tantas notas de 50 cruzeiros quantas a segunda receba de 10 cruzeiros.

(2—2)

Resp.: primeira: ________ cruzeiros

segunda : ________ cruzeiros

Total de pontos obtidos nesta página: ________

4. Um pai tem 28 anos e seu filho 4 anos. No fim de quantos anos a idade do pai será o dôbro da idade do filho?

Resp.: __________ (4)

5. Deseja-se dividir 200 cruzeiros entre duas pessoas de modo que a parte da segunda seja 2/3 da parte da primeira. Calcule a parte de cada uma.

Resp.: primeira: __________ cruzeiros (2—2)

segunda : __________ cruzeiros

6. Calcule os dois números cuja soma é 128 e cuja diferença é 48.

Resp.: ________ e ________ (2—2)

7. Multiplicando-se um número por 13, adicionando-se 14 ao resultado, dividindo-se o resultado por 15 e subtraindo-se 16 do resultado, obtém-se 17. Calcule aquele número.

Resp.: __________ (4)

8. Multiplica-se um número por 2 e do produto subtrai-se 2; multiplica-se o resto por 3 e do produto subtrai-se 3; multiplica-se o resto por 4, e do produto subtrai-se 4, obtendo-se, então, 14 vêzes o número primitivo. Qual era êsse número?

Resp.: __________ (4)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

9. A diferença dos quadrados de dois números inteiros e consecutivos é 127. Calcule o menor dêsses números.

Resp.: __________ (4)

10. Tenho um certo número de caixas, contendo cada uma meia dúzia de lápis. Se, alterando essa disposição, colocar 8 lápis em cada caixa, ficarão 3 caixas vazias. Quantas caixas e quantos lápis tenho?

Resp.: ______ caixas e ______ lápis. (2—2)

11. Qual a fração igual a 1,25, cuja soma dos têrmos é 108?

Resp.: __________ (4)

12. Numa casa comercial o número de moças era 2/3 do número de rapazes. Tenho sido admitidas mais 4 moças, o número de moças passou a ser 3/4 do número de rapazes. Quantas moças e quantos rapazes havia a princípio?

Resp.: ______ moças e ______ rapazes. (2—2)

13. Dividindo-se um número por 9 e por 10 obtém-se quocientes que diferem de uma unidade, sendo os restos dessas divisões os maiores possíveis. Calcule êsse número.

Resp.: __________ (4)

14. Somando-se 2 ao inverso de um número, 3 ao inverso do resultado e 4 ao inverso do novo resultado, obtém-se 5. Calcule êsse número.

Resp.: __________ (4)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

15. Divide-se um número em duas partes tais que o quociente da primeira pelo número natural **m** seja igual ao quociente da segunda por $m + 1$. Que fração do número representa a primeira parte?

Resp.: ________

(4)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO
Total de pontos da série: 60
Total de pontos obtidos: ______
Nota: ______

S É R I E X X I I

ASSUNTO: Problemas do 1º grau. Resolução.

Resolva os problemas seguintes, utilizando, de preferência, uma equação com uma incógnita:

1. A soma dos dois algarismos de um número é 9. Invertendo-se a ordem dêsses algarismos, obtém-se um número igual a 7/4 do número primitivo. Ache êsse número.

(4)

Resp.: ________

2. Há seis anos a idade de um pai era 9 vêzes a idade de seu filho; no fim de seis anos será o triplo. Qual a idade atual de cada um?

(2—2)

Resp.: pai: ______; filho: ______

3. Um varejista vendeu em três dias mercadorias no total de Cr$ 28.500,00. Qual a importância da venda no primeiro dia, sabendo-se que o acréscimo de venda em cada dia (a partir do segundo) foi a metade da venda do dia anterior?

(4)

Resp.: Cr$ ________

Total de pontos obtidos nesta página: ______

4. Recebi Cr$ 930,00 em 30 notas, sendo umas de Cr$ 50,00 e outras de Cr$ 20,00. Quantas notas de Cr$ 50,00 recebi?

Resp.: ________ (4)

5. Paguei Cr$ 48,00 por meia dúzia de maçãs e uma dúzia de peras. Se tivesse comprado mais duas maçãs e menos três peras, teria gasto menos Cr$ 5,00. Qual o prêço de cada maçã?

Resp.: Cr$ ________ (4)

6. Calcule o número compreendido entre 300 e 400, cuja soma dos valores absolutos dos algarismos é 18 e tal que, escrevendo-se seus algarismos em ordem inversa, se obtém 7/4 do número primitivo.

Resp.: ________ (4)

7. Ache os dois números tais que, dividindo-se o primeiro pelo segundo se obtenha quociente 4 e resto 12 e dividindo-se o sêxtuplo do segundo pelo primeiro se obtenha quociente 1 e resto 18.

Resp.: _____ e _____ (2—2)

8. Um ciclista e um pedestre, distanciados de 7,2 km, movimentam-se um para o outro com velocidades constantes e encontram-se no fim de 24 minutos. Se, ao contrário, se movessem no mesmo sentido, o encontro seria no fim de 40 minutos. Qual a velocidade de cada um?

Resp.: ciclista: _____ m/min.; pedestre: _____ m/min. (3—3)

Total de pontos obtidos nesta página: _____

9. Dois ciclistas correm, no mesmo sentido, numa pista circular de 3,6 km de comprimento. A velocidade de um é 2/3 da velocidade do outro. O mais rápido passa pelo outro cada 18 minutos. Calcule a velocidade de cada um.

Resp.: _____ km/h e _____ km/h. (2—2)

10. Num determinado percurso a roda dianteira de uma carruagem, cujo raio mede 1 m, deu mais 500 voltas do que a roda traseira, cujo raio mede 1,5 m. Calcule aquele percurso.

Resp.: ________ (4)

11. Ache a fração tal que, somando-se 2 a cada um de seus têrmos ela se torne igual a 1/2 e subtraindo-se 4 de cada um de seus têrmos ela se torne igual a 1/4.

Resp.: ________ (4)

12. A que horas os dois ponteiros de um relógio se sobrepõem pela primeira vez depois das 12 horas?

Resp.: _____ h _____ m _____ s (4)

Total de pontos obtidos nesta página: _____

JULGAMENTO

Total de pontos da série: 50

Total de pontos obtidos: _____

Nota: _____

SÉRIE XXIII

ASSUNTO: Problemas do 1º grau. Resolução.

Resolva os problemas seguintes, utilizando, de preferência, uma equação com uma incógnita:

1. A que horas os dois ponteiros de um relógio formam, pela primeira vez, um ângulo reto depois das 3 horas?

(4)

Resp.: _____ h _____ m _____ s

2. A que horas os dois ponteiros de um relógio formam, pela primeira vez, um ângulo de 60º depois das 6 horas?

(4)

Resp.: _____ h _____ m _____ s

3. Deseja-se dispor de um certo número de moedas em filas de modo a formar um quadrado. Na primeira tentativa faltaram 5 moedas para completar o quadrado. Diminuindo-se, porém, de uma moeda o lado quadrado, sobraram 8 moedas. Quantas moedas havia?

(4)

Resp.: __________

Total de pontos obtidos nesta página: _____

4. Doris disse à Alda: «dê-me a metade do que você possui e ficarei com 42 cruzeiros». «Não, respondeu Alda; dê-me a quarta parte do que você possui e ficarei com 42 crudeiros». Quanto possuia cada uma?

Resp.: Doris: ________ cruzeiros (2—2)

Alda: ________ cruzeiros

5. O primeiro algarismo à esquerda de um número de 6 algarismos é 1. Transportando-se êsse algarismo para a direita do número, obtém-se o triplo do número primitivo. Qual era êsse número?

Resp.: ________ (4)

6. 20 kg de água salgada contêm 500 g de sal. Quantos quilogramas de água se lhe deve acrescentar de modo que 20 kg da nova mistura contenha apenas 400 g de sal?

Resp.: ________ (4)

7. Uma barra de ouro e platina pesa 42 g. Sabe-se que: a) o prêço da platina é o triplo do prêço do ouro; b) o prêço do ouro contido na barra é o dôbro do da platina. Calcule a quantidade de platina contida na barra.

Resp.: ________ (4)

8. Misturando-se dois líquidos de densidades 0,8 e 1,4, respectivamente, obtém-se 5 litros de um líquido de densidade 1,04. Calcule as quantidades de líquidos misturados.

Resp.: ______ litros de densidade 0,8 (2—2)

______ litros de densidade 1,4

Total de pontos obtidos nesta página: ______

9. Um relógio adianta-se mais 2 minutos por hora do que outro. Tendo acertado ambos às 6 horas, verifiquei que, quando o primeiro marcava 10h 48m, o outro marcava 10h 39m. Qual a hora verdadeira nesse momento?

(4)

Resp.: ______ h ______ m

10. «Como se explica, disse um carteiro a seu colega, que me tenhas ultrapassado em 30 de teus passos, se teu passo é 2/3 do meu?» «Esqueces-te, respondeu-lhe o outro, que, enquanto dás 3 passos, dou 5». Quantos passos deu cada um?

(3—3)

Resp.: ______ e ______

11. Se a República Brasileira tivesse sido proclamada 4 anos mais cedo, o Imperador Pedro II teria reinado durante 3/4 de sua vida; se tivesse sido proclamada 11 anos mais tarde, teria reinado durante 4/5 de sua vida. Quantos anos reinou Pedro II e que idade tinha na data da queda do Império?

Resp.: ______ e ______ anos, respect. (2—2)

12. Um vaso contém V litros de água e outro V' litros de uma tintura. Retira-se de cada vaso a mesma quantidade de seu líquido e coloca-se essa porção no outro vaso, obtendo-se assim, misturas idênticas nos dois vasos. Qual foi a quantidade retirada de cada um?

(2—2)

Resp.: ________ litros

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO

Total de pontos da série: 50

Total de pontos obtidos: ______

Nota: ______

SÉRIE XXIV

ASSUNTO: Problemas do 1º grau. Resolução e discussão.

Resolva os problemas seguintes, utilizando, de preferência, uma equação com uma incógnita:

1. Dividindo-se um número por a e por a + 1 obtêm-se quocientes que diferem de uma unidade, sendo os restos dessas divisões os maiores possíveis. Calcule aquele número.

(4)

Resp.: ______

2. Divide-se o número positivo a em 3 parcelas tais que a segunda exceda a terceira de **m** e a primeira exceda a segunda de **2m**. Calcule a menor parcela e estabeleça as condições para que: a) as 3 parcelas sejam positivas; b) sòmente a primeira parcela seja positiva.

(3—1—1)

Resp.: parcela menor: ______

Condições: a) ______ ; b) ______

Total de pontos ______

3. Multiplicando-se um número por a ($a \geqslant 0$), somando-se $a+1$ ao produto, dividindo-se a soma por $a+2$ e subtraindo-se $a+3$ do

Total de pontos obtidos nesta página: ______

quociente, obtém-se a+4. Calcule: a) êsse número; b) para que valor da a o problema não tem solução.

Resp.: a) ______; b) a= ______ (3—2)

4. Divide-se um número a em duas partes tais que o quociente da primeira por m ($m \neq 0$), aumentado do quociente da segunda por p ($p \neq 0$), dê s. Calcule a primeira parte e estabeleça as condições para que o problema seja: a) impossível; b) indeterminado.

Resp.: Primeira parte: ______ (3—1—1)

Condições: a) ______

b) ______

5. Que número relativo se deve somar a ambos os têrmos da fração a/b para se obter o inverso dessa fração? Estabeleça as condições para que o problema: a) tenha apenas uma solução; b) tenha apenas solução nula; c) tenha uma infinidade de soluções.

Resp.: Número relativo: ______ (2—1—1—1)

Condições: a) ______ b) ______ c) ______

6. Que número relativo se deve somar a quatro números a, b, c, d (numa certa ordem) a fim de que os resultados (na mesma ordem) formem uma proporção. Em que hipótese o problema: a) não tem solução? b) é indeterminado?

Resp.: número relativo: ______ (3—1—1)

Hipóteses: a) ______ b) ______

Total de pontos obtidos nesta página: ______

7. Ache as idades de duas pessoas, sabendo que sua soma é a e que, no fim de 6 anos, a idade de uma será o dôbro da idade da outra. Para que valores de a o problema tem soluções inteiras (e positivas)?

Resp.: ______ e ______ (2—2—1)

Para valores de a múltiplos de ______ e superiores a ______

8. Um carro sobe uma rampa com a velocidade de v metros por minuto e, depois, desce essa rampa com a velocidade de v' metros por minuto, sendo $v' > v$. Calcule a extensão da rampa, sabendo que a subida durou mais m minutos do que a descida.

Resp.: ______ metros (4)

9. Dados dois números a e b, de quanto se deve diminuir cada um a fim de que o segundo resto seja a metade do primeiro? Supondo a e b positivos, sob que condição o problema tem solução positiva?

Resp.: ______ Condição: ______. (2—1)

10. Que número relativo se deve somar a ambos os têrmos da fração a/b ($a > o$ e $b > o$) para que ela dobre de valor? Sob que condição o problema não tem solução?

Resp.: número: ______ (2—1)

condição: ______

11. Qual o número cujo produto por a é igual à sua soma com a? Complete o quadro abaixo que resume a discussão dêsse problema.

Total de pontos obtidos nesta página: ______

Resp.: número: ______ (2)

Discussão
- $a > 1$: ______ (1)
- $a = 1$: ______ (1)
- $0 < a < 1$: ______ (1)
- $a = 0$: ______ (1)
- $a < 0$: ______ (1)

12. Dois trens partem ao mesmo tempo de dois pontos A e B sôbre uma mesma via férrea e trafegam no mesmo sentido de A para B com velocidades v km/h e v' km/h, respectivamente. Sendo a km a distância AB, pergunta-se no fim de quanto tempo êles se encontram? Complete o quadro abaixo que resume a discussão dêsse problema.

Resp.: tempo: ______ horas (4)

$a \neq 0$
- $v > v'$: ______ (1)
- $v = v'$: ______ (1)
- $v < v'$: ______ (1)

$a = 0$
- $v \neq v'$: ______ (1)
- $v = v'$: ______ (1)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO

Total de pontos da série: 60

Total de pontos obtidos: ______

Nota: ______

SÉRIE XXV

ASSUNTO: Potências e raízes. Radicais. Simplificação. Operações.

1. Complete as igualdades seguintes, escrevendo seus segundos membros sob a forma de potências de 2:

$\sqrt{8} =$ ______ $\quad \sqrt[3]{16} =$ ______ $\quad \dfrac{1}{32} =$ ______ (1—1—1)

$1 =$ ______ $\quad \dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{32}} =$ ______ $\quad \dfrac{2}{\sqrt[3]{32}} =$ ______ (1—1—1)

$\sqrt{2\sqrt{8}} =$ ______ $\quad 2\sqrt{8\sqrt{2}} =$ ______ $\quad \dfrac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt{2}} =$ ______ (1—1—1)

2. Escreva, conforme o caso, entre cada par de radicais abaixo, um dos sinais >, < ou = :

$\sqrt[4]{9} \quad \sqrt{3}$; $\quad \sqrt{2} \quad \sqrt[3]{4}$ (1—1)

$\sqrt{8} \quad 3\sqrt{2}$; $\quad \sqrt[4]{8} \quad \sqrt{2}$ (1—1)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

3. Escreva, em sua expressão mais simples e sob a forma de radical, cada uma das expressões seguintes:

$\sqrt[3]{\sqrt{8}} =$ ______ $\sqrt[6]{121} =$ ______ $\sqrt[8]{1024} =$ ______

(2—2—2)

$\sqrt[3]{\frac{1}{27}\sqrt{3}} =$ ______ $\sqrt[3]{\frac{5}{2}\sqrt{\frac{5}{2}}} =$ ______ $\sqrt[5]{\frac{2}{\sqrt[6]{2}}} =$ ______

(3—3—3)

4. Escreva, sob a forma de radical e com radicando mais simples, o resultado de cada uma das operações seguintes:

$\sqrt{3} \times \sqrt[4]{3} =$ ______ $\sqrt{2} \times 2^{\frac{3}{4}} =$ ______

(2—2)

$\sqrt[4]{3} \div \sqrt[6]{27} =$ ______ $\sqrt[4]{25} \div \sqrt[6]{125} =$ ______

(2—2)

$\sqrt{24} \times \sqrt{54} =$ ______ $\sqrt{5} \div 5^{\frac{1}{3}} =$ ______

(2—2)

$\sqrt{\frac{5}{4}} \times \sqrt{\frac{1}{8}} =$ ______ $\sqrt[3]{27\sqrt{2} \div \sqrt[12]{4}} =$ ______

(2—2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

$\sqrt{\frac{5}{8}} + \sqrt{\frac{8}{5}} =$ ______ $\sqrt[3]{\frac{4}{3}} + \sqrt[3]{\frac{9}{16}} =$ ______

(2—2)

$\frac{1}{2}\sqrt[3]{32} \times \frac{3}{2}\sqrt[3]{4} =$ ______ $\sqrt{ab^3} \times \sqrt[3]{a^2b} =$ ______

(2—2)

$\sqrt{32a^3} - \sqrt{32ab^2} =$ ______ $\sqrt[3]{24a^4} + \sqrt[6]{9a^2} =$ ______

(2—2)

$\sqrt{2} \times \sqrt[3]{4} \times \sqrt[4]{8} =$ ______ $\sqrt{72} \times \sqrt{\frac{125}{2}} \times \sqrt{5} =$ ______

(2—2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO

Total de pontos da série: 60

Total de pontos obtidos: ____

Nota: ____

SÉRIE XXVI

ASSUNTO: Radicais. Simplificação. Operações. Racionalização de denominadores.

1. Escreva, sob a forma de radical e com radicando mais simples o resultado de cada uma das operações seguintes:

$\sqrt{128} + \sqrt{50} - \sqrt{242} =$ ——— $\sqrt[3]{40} + \sqrt[3]{135} - \sqrt[3]{625} =$ ——— (2—2)

$4\sqrt{\frac{3}{4}} + \frac{1}{4}\sqrt{48} + \sqrt{108} =$ ——— (2)

$\sqrt{\frac{3}{10}} + \sqrt{120} + \sqrt{\frac{10}{3}} =$ ——— (2)

$\sqrt{\frac{3}{4}} - \sqrt[3]{\frac{2}{9}} + \sqrt[3]{6} =$ ——— (2)

$\sqrt{4a + 20} + 3\sqrt{9a + 45} =$ ——— (2)

$\sqrt{a - b} + \sqrt{\frac{a}{b^2} - \frac{1}{b}} =$ ——— (2)

Total de pontos obtidos nesta página: ———

$$\sqrt{1-\frac{1}{a}}\cdot\sqrt{a^2-a} = ____ \qquad (2)$$

2. Simplifique os radicais seguintes:

$\sqrt{3x^2 - 24x + 48} = ____$ $\qquad \sqrt{9a^3b^4 - 18a^2b^5} = ____$ (1—1)

$\sqrt[4]{4x^2 - 8x + 4} = ____$ $\qquad \sqrt{(x+1)(x^2-1)} = ____$ (2—2)

$\sqrt{3a^3b + 6a^2b^2 + 3ab^3} = ____$ (2)

$\sqrt{8a^3 - 24a^2b + 18ab^2} = ____$ (2)

$\sqrt{(a^2+b^2)^2 - (a^2-b^2)^2} = ____$ (2)

$\sqrt{\frac{a^4}{b} + 2a^2 + b} = ____$ (2)

3. Sendo $\sqrt{2} = 1,414214$ e $\sqrt{5} = 2,236068$, calcule de modo mais simples e com a melhor aproximação possível, os valores das expressões seguintes:

$\frac{3}{\sqrt{2}} = ____$ $\qquad \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = ____$ (2—2)

Total de pontos obtidos nesta página: ____

4. Racionalize os denominadores das frações seguintes:

$\frac{1}{\sqrt{5}} = ____$ $\qquad \frac{1}{\sqrt{32}} = ____$ $\qquad \frac{2}{\sqrt[3]{2}} = ____$ (1—1—1)

$\frac{1}{\sqrt[3]{16}} = ____$ $\qquad \frac{3}{\sqrt[4]{2}} = ____$ $\qquad \frac{1}{\sqrt[5]{8}} = ____$ (1—1—1)

$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = ____$ $\qquad \frac{2}{\sqrt{3}-1} = ____$ $\qquad \frac{5}{1+\sqrt{2}} = ____$ (1—1—1)

$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = ____$ $\qquad \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = ____$ $\qquad \frac{a+\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}} = ____$ (2—2—2)

$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}+1} = ____$ $\qquad \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}+1}} = ____$ (3—3)

$\frac{\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b}} = ____$ (3)

5. Calcule o valor de a na igualdade $\sqrt{4+2\sqrt{a}} = 1+\sqrt{3}$. (2)

Resp.: a = ____

Total de pontos obtidos nesta página: ____

JULGAMENTO

Total de pontos da série: 60

Total de pontos obtidos: ____

Nota: ____

SÉRIE XXVII

ASSUNTO: Radicais. Simplificação. Operações. Racionalização de denominadores.

1. Calcule os valores numéricos das expressões seguintes, racionalizando, se necessário, os denominadores dos resultados:

$x^2 - 4x - 8$ para $x = 2 - 2\sqrt{3}$ Resp.: ——— (3)

$\left(\frac{x}{4} + 1\right)\left(\frac{x}{4} + 2\right)$ para $x = \sqrt{3} - 6$ Resp.: ——— (3)

$x^2 + xy + y^2$ para $x = \frac{\sqrt{2} + 1}{2}$ Resp.: ———

$y = \frac{\sqrt{2} - 1}{2}$ (3)

Total de pontos obtidos nesta página: ———

$$x - \frac{1}{1+x^2}$$ para $x = \sqrt{3} - 1$ Resp.: ______

(3)

$$\frac{1 - x + x^2}{x - 1}$$ para $x = 1 + \sqrt{2}$ Resp.: ______

(3)

$$\frac{1 + \sqrt{4 - x}}{\sqrt{1 + x} - 1}$$ para $x = -\frac{1}{2}$ Resp.: ______

(3)

2. Reduza os radicais semelhantes nas expressões seguintes:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} = ______ \qquad \sqrt[3]{\frac{b}{a^2}} + \sqrt[3]{\frac{a}{b^2}} = ______$$

(2—2)

$$2\sqrt{ab^2} - 3\sqrt{a^2b} + \frac{1}{2}\sqrt{4a} + \frac{2}{3}\sqrt{9a^2b} + \sqrt{b} = ______$$

(4)

3. Simplifique os radicais seguintes:

$$\sqrt{a + x + \frac{x^2}{a - x}} = ______$$

(1)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

$$\sqrt{4(a+b)^2 - 4(a^2 - b^2) + (a-b)^2} = ______$$

(3)

$$\sqrt{\sqrt{a^3b^3}\left[a\sqrt{\frac{a}{b}} + b\sqrt{\frac{b}{a}} + 2\sqrt{ab}\right]} = ______$$

(4)

4. Escreva em suas expressões mais simples:

$$\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} + \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = ______$$

(4)

$$\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} + \sqrt{\frac{x-y}{x+y}} = ______$$

(4)

$$\sqrt{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}} \times \sqrt{\frac{a+b}{a-b}} = ______$$

(4)

$$\left(\sqrt{1-a} + \frac{1}{\sqrt{1+a}}\right) \div \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1-a^2}}\right) = ______$$

(5)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

$$\left(a\sqrt{\frac{b}{a}}+b\sqrt{\frac{a}{b}}\right)\left(2b\sqrt{\frac{a}{b}}-a\sqrt{\frac{b}{a}}\right) = ________$$

(5)

5. Calcule a de modo que $\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{a}+\sqrt{2}}$ seja igual a $\sqrt{3}-1$.

Resp.: a = ________ (4)

Total de pontos obtidos nesta página: _____

JULGAMENTO
Total de pontos da série: 60
Total de pontos obtidos: _____
Nota: ________

SERIE XXVIII

ASSUNTO: **Equação do 2º grau. Resolução e discussão.**

1. Sem aplicar as fórmulas de resolução, ache as raízes das equações abaixo:

$5x^2 = 3x$ Resp.: x' = _____ x" = _____ (1)

$2x^2 = 0$ Resp.: x' = _____ x" = _____ (1)

$4x^2 - 9 = 0$ Resp.: x' = _____ x" = _____ (1)

$x(x-1) = 6(x-1)$ Resp.: x' = _____ x" = _____ (1)

$x^2 - 1 = x + 1$ Resp.: x' = _____ x" = _____ (1)

2. Resolva as equações seguintes:

$(x-3)(x-4) = 2$ Resp.: x' = _____ x" = _____ (3)

Total de pontos obtidos nesta página: _____

$(x+1)^2 - (x-1)^2 = 8$ Resp.: x' = ______ x'' = ______ (3)

$\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} = 1$ Resp.: x' = ______ x'' = ______ (3)

$x(x+1) + (x+1)(x+2) + (x+2)(x+3) = 20$

Resp.: x' = ______ x'' = ______ (4)

$x + \frac{1}{\sqrt{3} + \frac{1}{x+\sqrt{3}}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ Resp.: x' = ______ x'' = ______ (5)

3. Verifique se a equação $\frac{x(x-1) + (x-1)(x-2)}{x(x-2)} = 1$ tem raizes reais.

Resp.: ______ (sim ou não) (2)

4. Para que valor de **m** a equação $x^2 + (m-1)x + m - \frac{9}{4} = 0$ admite a raiz $\frac{\sqrt{5}}{2}$? Qual é a outra raiz?

Resp.: m = ______; raiz: ______ (2—2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

5. Para que valores de **m** a equação $m^2(x-1) = 2m + x$ tem a raiz $\frac{8}{3}$?

Resp.: m = ______ e m = ______ (2—2)

6. Calcule **m** de modo que sejam equivalentes as equações $m(x-4) = 7x$ e $m(m+x) = x$.

Resp.: m = ______ ou m = ______ (3—3)

7. Calcule **m** de modo que, no sistema

$$\begin{cases} x + my = 10 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{m} = 3 \end{cases}$$

o valor de **x** seja o triplo do valor de **y**.

Resp.: m = ______ ou m = ______ (4—4)

8. Sem resolver as equações abaixo, estabeleça a natureza de suas raizes (reais e desiguais, reais e iguais ou complexas):

$x^2 - 2x + 8 = 0$ Raizes ______________ (1)

$2x^2 + x - 4 = 0$ Raizes ______________ (1)

$4x^2 - 12x + 9 = 0$ Raizes ______________ (1)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO
Total de pontos da série: 50
Total de pontos obtidos: _____
Nota: ______

SÉRIE XXIX
ASSUNTO: Equação do 2º grau. Resolução e discussão. Propriedades das raizes.

1. Sendo a positivo, a equação $ax^2 + c - 2 = 0$ sòmente terá raizes reais se c fôr _____. (2)

2. Calcule m de modo que:

a) a equação $x^2 + m = 0$ tenha raizes reais;

Resp.: m _____ (2)

b) a equação $x^2 - 4x + (m - 3) = 0$ tenha uma raiz nula;

Resp.: m = _____ (2)

c) as raizes da equação $x^2 + (m - 1)x - 9m = 0$ sejam simétricas;

Resp.: m = _____ (2)

d) as raizes da equação $x^2 - mx + 2m = 0$ sejam iguais;

Resp.: m = _____ ou m = _____ (2—2)

Total de pontos obtidos nesta página: _____

e) a equação $x^2 + (m + 2)x + (m + 1) = 0$ tenha raizes reais e desiguais.

Resp.: m ——— (4)

3. Calcule as raizes da equação $x^2 - x - 8 + \frac{12}{x^2 - x} = 0$.

(Sugestão: utilize a incógnita auxiliar $y = x^2 - x$)

Resp.: ———, ———, ——— e ——— (6)

4. Complete o quadro abaixo, que resume a discussão da equação $x^2 + 3mx + x^2 = 0$:

- m ≠ ———: raizes reais e desiguais
  - m ———: raizes positivas
  - m ———: raizes negativas
- m = ———: raizes nulas.

(4)

5. Complete o quadro abaixo, que resume a discussão da equação $m^2x^2 - (m + 1)x + \frac{1}{4} = 0$:

- m ———: raizes reais e desiguais
- m ———: raizes reais e iguais
- m ———: raizes complexas

(4)

Total de pontos obtidos nesta página: ———

6. Complete o quadro abaixo, que resume a discussão da equação $x^2 - mx + (m - 1) = 0$:

(10)

Total de pontos obtidos nesta página: ———

JULGAMENTO

Total de pontos da série: 40

Total de pontos obtidos: ____

Nota: ____

SÉRIE XXX

ASSUNTO: Equação do 2º grau. Propriedades das raizes. Composição da equação.

1. Sendo α e β as raizes da equação $x^2 + px + q = 0$, complete as igualdades seguintes:

$\alpha + \beta =$ ____ $\qquad \alpha\beta =$ ____ (1—1)

$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} =$ ____ $\qquad \alpha^2 + \beta^2 =$ ____ (2—2)

$\alpha^2 - \beta^2 =$ ____ $\qquad \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} =$ ____ (2—2)

8. Escreva as equações do 2º gráu cujas raízes são:

a) 5 e -1 Resp.: ____ (1)

b) 1 e $-\frac{1}{3}$ Resp.: ____ (1)

c) 0 e -4 Resp.: ____ (1)

Total de pontos obtidos nesta página: ____

d) $\sqrt{3}$ e $\sqrt{3}$ Resp.: ______________ (1)

e) $\sqrt{3}$ e $-\sqrt{3}$ Resp.: ______________ (1)

f) $2+\sqrt{2}$ e $2-\sqrt{2}$ Resp.: ______________ (1)

3. Calcule m de modo que:

a) uma das raízes da equação $x^2 + mx + m^2 - 1 = 0$ seja nula;

Resp.: m = ________ ou m = ________ (2—2)

b) as raízes da equação $\frac{x^2}{m-2} - (m-1)x - \frac{4}{m-2} = 0$ sejam simétricas;

Resp.: m = ________ ou m = ________ (2—2)

c) a soma das raízes da equação $x^2 + (1 - m^2)x + 4 = 0$ seja 8;

Resp.: m = ________ ou m = ________ (2—2)

d) a soma dos inversos das raízes da equação

$$x^2 - m^2x + m + 6 = 0$$

seja 1;

Resp.: = ________ ou m = ________ (3—3)

e) a soma dos quadrados das raízes da equação

$$(m-1)x^2 + (m+1)x + \frac{m}{2} = 0$$

seja igual a 4;

Resp.: m = ________ (8)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

f) uma das raízes da equação $x^2 - (m+3)x + 3m = 0$ seja o dôbro da outra;

Resp.: m = ________ ou m = ________ (3—3)

g) uma das raízes da equação $x^2 - 12x + m = 0$ seja o quadrado da outra;

Resp.: m = ________ ou m = ________ (3—3)

h) as raízes da equação $x^2 - (m+4)x + 4m = 0$ difiram entre si de uma unidade.

Resp.: m = ________ ou m = ________ (3—3)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO

Total de pontos da série: 60

Total de pontos obtidos: ______

Nota: ______

S É R I E   X X X I

ASSUNTO: Sistemas de equações do 2º grau.
Sistemas que se reduzem ao 2º grau.

Calcule as soluções dos sistemas seguintes:

$$\begin{cases} x + y = \dfrac{11}{2} \\ xy = \dfrac{5}{2} \end{cases}$$

Sol.: $\begin{cases} x = ____ \\ y = ____ \end{cases}$ $\begin{cases} x = ____ \\ y = ____ \end{cases}$

(2—2)

$$\begin{cases} x - y = \dfrac{1}{2} \\ xy = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Sol.: $\begin{cases} x = ____ \\ y = ____ \end{cases}$ $\begin{cases} x = ____ \\ y = ____ \end{cases}$

(2—2)

Total de pontos obtidos nesta página: ____

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ x^2 + y^2 = 82 \end{cases}$$

Sol.: $\begin{cases} x = ____ \\ y = ____ \end{cases}$ $\begin{cases} x = ____ \\ y = ____ \end{cases}$

(2—2)

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ (x + 1)(y + 1) = 2xy - 4 \end{cases}$$

Sol.: $\begin{cases} x = ____ \\ y = ____ \end{cases}$ $\begin{cases} x = ____ \\ y = ____ \end{cases}$

(2—2)

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x^2 + xy + y^2 = 19 \end{cases}$$

Sol.: $\begin{cases} x = ____ \\ y = ____ \end{cases}$ $\begin{cases} x = ____ \\ y = ____ \end{cases}$

(2—2)

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$$

Sol.: $\begin{cases} x = ____ \\ y = ____ \end{cases}$ $\begin{cases} x = ____ \\ y = ____ \end{cases}$

(2—2)

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = 2 \end{cases}$$

Sol.: $\begin{cases} x = ____ \\ y = ____ \end{cases}$ (4)

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 80 \\ x - y = 8 \end{cases}$$

Sol.: $\begin{cases} x = ____ \\ y = ____ \end{cases}$ (4)

Total de pontos obtidos nesta página: ____

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = 4 \\ \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{y^2} = 26 \end{cases}$$

Sol.: $\begin{cases} y = ____ \\ x = ____ \end{cases}$ $\begin{cases} x = ____ \\ y = ____ \end{cases}$

(2—2)

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 50 \\ xy = 7 \end{cases}$$

Sol.: $\begin{cases} x = ___ \\ y = ___ \end{cases}$ $\begin{cases} x = ___ \\ y = ___ \end{cases}$ $\begin{cases} x = ___ \\ y = ___ \end{cases}$ $\begin{cases} x = ___ \\ y = ___ \end{cases}$

(1—1—1—1)

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 19 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Sol.: $\begin{cases} x = ____ \\ y = ____ \end{cases}$ $\begin{cases} x = ____ \\ y = ____ \end{cases}$

(4)

$$\begin{cases} x + my = 3 \\ x^2 - m^2 y^2 = 3 \end{cases}$$

Sol.: Se $m \neq$ ____ $\begin{cases} x = ____ \\ y = ____ \end{cases}$

(5)

$$\begin{cases} x(3+2x) + y(3+2y) = 28 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

Sol.: $\begin{cases} x = ____ \\ y = ____ \end{cases}$

(5)

Total de pontos obtidos nesta página: ____

$$\begin{cases} a(x^2+y^2) + (a^2+1)xy = 2a(a^2+1) \\ ax + y = a^2 + 1 \end{cases} \quad \text{Sol.: Se} \begin{cases} a \neq \text{___} \\ a \neq \text{___} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \text{___} \\ y = \text{___} \end{cases}$$

(6)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO
Total de pontos da série: 60
Total de pontos obtidos: ____
Nota: ____

SÉRIE XXXII

ASSUNTO: Problemas do 2º grau. Resolução e discussão.

Resolva os problemas seguintes, utilizando, de preferência, uma equação com uma incógnita:

1. Calcule as dimensões do retângulo de 13,6 m de perímetro e 9 m^2 da área.

Resp.: ______ e ______ **(2—2)**

2. Calcule as dimensões do retângulo de 9 m^2 de área, sabendo que a diferença entre seu comprimento e sua largura é 0,7 m.

Resp.: ______ e ______ (2—2)

3. Calcule os dois números pares consecutivos cujo produto é 360.

Resp.: ______ e ______ (2—2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

4. Qual o número que excede sua raiz quadrada aritmética de 156?

Resp.: _______ (4)

5. Maria pagou Cr$ 180,00 por um corte de fazenda. Não se recordava quantos metros tinha, mas lembrava-se de que o negociante lhe havia dito que poderia levar pelo mesmo prêço outro corte, cujo metro custava menos Cr$ 15,00 e que tinha mais um metro do que o que havia comprado. Quantos metros comprou?

Resp.: _______ (4)

6. Duas fontes funcionando juntas enchem uma piscina em 8 horas. Se funcionassem ambas isoladamente, a primeira gastaria mais 12 horas para enchê-la do que a segunda. Em quanto tempo a primeira encheria a piscina?

Resp.: _______ (4)

7. A soma dos quadrados de dois números é 41. A soma do quociente da divisão do primeiro pelo segundo e do inverso dêsse quociente é 2,05. Ache êsses números.

Resp.: _______ e _______ (2—2)

8. Qual a base do sistema de numeração em que o número 289 é representado por 562?

Resp.: _______ (4)

Total de pontos obtidos nesta página: _____

9. Por que número devo dividir 192 para que o quociente (exato) dessa divisão exceda de 4 o divisor?

Resp.: _______ (4)

10. A idade de um menino no fim de seis anos será o quadrado da idade que tinha há seis anos passados. Calcule sua idade atual.

Resp.: _______ (4)

11. Dois ciclistas fizeram um percurso de 100 km. O primeiro, cuja velocidade excedia de 10 km/h a do segundo, gastou menos meia hora do que êsse. Qual a velocidade de cada um?

Resp.: _______ km/h e _______ km/h (2—2)

12. Divida 20 em duas partes tais que a soma de seus quadrados seja 232.

Resp.: _______ e _______ (2—2)

13. Divida o número **a** em duas partes tais que seu produto seja igual à soma de seus quadrados.

(4)

Nota: Mostre que êsse problema não tem solução.

14. Divida o número **m** em duas partes cujo produto seja **p**. Complete o quadro abaixo que resume a discussão dêsse problema.

Resp.: _______ e _______ (4—4)

Total de pontos obtidos nesta página: _____

$$
\begin{cases}
m^2 > ____ \begin{cases} \text{As partes} \\ \text{são} \\ \text{desiguais} \end{cases} \begin{cases} p > 0: ________ \\ p = 0: ________ \\ p < 0: ________ \end{cases} \\
m^2 = ____: \text{ As partes são iguais a } ____ \\
m^2 < ____: \text{ O problema não tem solução.}
\end{cases}
$$

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO
Total de pontos da série: **60**
Total de pontos obtidos: ____
Nota: ______

SÉRIE XXXIII

ASSUNTO: Paralelas. Perpendiculares e oblíquas. Lugares geométricos. Simetria.

1. Por um ponto M exterior a um ângulo de vértice O, tira-se a reta que determina sôbre os lados do ângulo segmentos OA e OB iguais. Como se traça essa reta?

Resp.: ______________________ (2)

2. Um ponto P é exterior a um segmento AB de seu plano. Sem efetuar medidas, como se estabelece qual dos pontos A ou B está mais próximo do ponto P?

Resp.: ______________________ (2)

3. Como se acha o ponto de uma reta r equidistante de dois pontos A e B exteriores a essa reta?

Resp.: ______________________ (2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

4. Em que caso o problema anterior: a) não tem solução? b) tem uma infinidade de soluções?

Resp.: a) ______________________________ (1)

b) ______________________________ (1)

5. Qual a reta tirada de um ponto P e equidistante de dois pontos distintos A e B? Em que caso o problema tem duas soluções?

Resp.: 1) ______________________________ (1)

2) ______________________________ (1)

6. Qual o lugar geométrico dos pontos equidistantes de uma reta r?

Resp.: ______________________________ (2)

7. Qual o lugar geométrico dos pontos equidistantes dos extremos de um segmento de reta?

Resp.: ______________________________ (2)

8. Qual o lugar geométrico dos centros das circunferências que passam por dois pontos distintos A e B?

Resp.: ______________________________ (2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

9. Qual o lugar geométrico dos pontos equidistantes de duas retas paralelas?

Resp.: ______________________________ (2)

10. Qual o lugar geométrico dos pontos equidistantes dos lados de um ângulo?

Resp.: ______________________________ (2)

11. A e B são dois pontos distintos, situados do mesmo lado de uma reta **r.** Qual o ponto P de r tal que a distância AP + PB seja a menor possível?

Resp.: ______________________________ (4)

12. M é um ponto interior a um ângulo AOB. Como se acha o ponto P sôbre o lado OA e o ponto Q sôbre o lado OB, tais que a distância MP + PQ + QM seja a menor possível?

Resp.: ______________________________ (5)

____

13. M e P são dois pontos interiores a um ângulo AOB. Como se acha o ponto Q sôbre o lado OA e o ponto R sôbre o lado OB, tais que a distância MQ + QR + RP seja a menor possível?

Resp.: ______________________________ (5)

____

Total de pontos obtidos nesta página: ______

14. B é o simétrico de um ponto A em relação a uma reta r; C o simétrico de B em relação a uma reta s, não paralela a r, e D o simétrico de C em relação a r. Qual o quadrilátero de vértices A, B, C, e D?

Resp.: ______________________________ (4)

15. Em que hipótese o quadrilátero ABCD, referido no ex. anterior é: a) um retângulo? b) um quadrado?

Resp.: a) ______________________________ (2)

b) ______________________________ (2)

16. B é o simétrico de um ponto A em relação a um ponto O; C o simétrico de B em relação a uma reta r que passa por O e não passa por B; D o simétrico de C em relação a O. Que relação de simetria há entre A e D?

Resp.: ______________________________ (4)

17. Em que se transforma a relação de simetria pedida no exercício anterior se B está sôbre r?

Resp.: ______________________________ (4)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

Total de pontos da série: 50
JULGAMENTO
Total de pontos obtidos: ____
Nota: ________

SÉRIE XXXIV
ASSUNTO: **Ângulos.**

1. O ângulo igual à quarta parte de seu complemento mede ______. (2)

2. O ângulo que excede seu complemento de 12°20' mede ____°____'. (2)

3. O ângulo cujo suplemento excede um ângulo reto de 10°32'40", mede ____°____'____". (2)

4. Se o complemento de um ângulo mede 32°24'16", a metade dêsse ângulo mede ____°____'____". (2)

5. Se a diferença de dois ângulos agudos é 20°18'34", a diferença dos complementos dêsses ângulos é ____°____'____". (2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

6. Somando-se a um ângulo seu triplo, obtém-se seu suplemento. Logo, êsse ângulo mede ———. (3)

7. A soma de dois ângulos mede 42°. Um dêles é a têrça parte do complemento do outro. Logo, êsses ângulos, medem, respectivamente, ——— e ———. (3)

8. Aumentando-se um ângulo de seus 2/3, obtém-se seu suplemento. Logo, êsse ângulo mede ——° ——'. (3)

9. Calcule os quatro ângulos formados por duas retas que se cortam, sabendo que a soma dos dois menores é a quarta parte de um dos maiores.

Resp.: ——, ——, ——, e ——. (3)

10. Qual o ângulo igual a 8 vêzes a metade de seu suplemento?

Resp.: ——— (3)

11. Subtraindo-se 180° da soma das medidas do complemento e do suplemento de um ângulo agudo, obtém-se a medida do complemento de ———. (3)

12. Subtraindo-se do suplemento de um ângulo agudo o dôbro do complemento dêsse ângulo, obtém-se ——— (3)

Total de pontos obtidos nesta página: ———

13. A soma das medidas de 3 ângulos é 180°. Suas medidas em gráus são expressas por três números inteiros e consecutivos. Logo, êsses ângulos medem, respectivamente, ——, —— e —— (3)

14. A diferença das medidas de dois ângulos agudos é 50° e a soma das medidas de seus complementos é 80°. Logo, êsses ângulos medem, respectivamente, ——— e ———. (3)

15. A razão das medidas do complemento e do suplemento de um ângulo agudo é 1/7. Logo, êsse ângulo mede ———. (3)

16. A metade de um ângulo mais a metade de seu suplemento é igual a um ângulo ———. (3)

17. A metade do complemento de um ângulo, mais a têrça parte do suplemento do mesmo ângulo, é igual a 2/3 dêsse ângulo. Logo, êsse ângulo mede ———. (3)

18. O ângulo formado pelas bissetrizes de dois ângulos adjacentes e complementares mede ———. (2)

19. O ângulo formado pelas bissetrizes de dois ângulos adjacentes e suplementares mede ———. (2)

Total de pontos obtidos nesta página: ———

JULGAMENTO

Total de pontos da série: 50

Total de pontos obtidos: ______

Nota: ______

SÉRIE XXXV

ASSUNTO: **Triângulos.**

1. Um dos ângulos da base de um triângulo isósceles é o dôbro do ângulo oposto à base. Calcule os ângulos dêsse triângulo.

Resp.: ______, ______ e ______. (4)

2. Um ângulo externo de um triângulo mede 162°. A diferença dos ângulos internos não adjacentes a êle mede 12°. Calcule os ângulos dêsse triângulo.

Resp.: ______, ______ e ______. (4)

3. Um dos ângulos da base de um triângulo isósceles excede de 15° o ângulo oposto à base. Calcule os ângulos que formam, duas a duas, as bissetrizes internas dêsse triângulo.

Resp.: ______, ______ e ______. (4)

4. A diferença dos ângulos agudos de um triângulo retângulo é 24°. Logo, êsses ângulos medem, respectivamente, ______ e ______. (2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

5. Um dos ângulos agudos de um triângulo retângulo mede 36°. Calcule o ângulo formado pela bissetriz do ângulo reto com a altura baixada sôbre a hipotenusa.

Resp.: ________ (4)

6. As bissetrizes dos ângulos da base de um triângulo isósceles formam um ângulo de 108°. Calcule o ângulo oposto à base daquele triângulo.

Resp.: ________ (4)

7. Qual o ângulo formado pelas bissetrizes dos ângulos agudos de um triângulo retângulo?

Resp.: ________. (2)

8. As medidas em graus dos ângulos de um triângulo são dadas por três números inteiros e consecutivos. Calcule êsses ângulos.

Resp.: ______, ______ e ______. (2)

9. As bissetrizes externas dos ângulos da base de um triângulo isósceles formam um ângulo de 80°. Calcule os ângulos dêsse triângulo.

Resp.: ______, ______ e ______. (4)

10. O ângulo oposto à base de um triângulo isósceles é 7/11 do ângulo formado pelas bissetrizes dos ângulos da base. Calcule os ângulos dêsse triângulo.

Resp.: ______, ______ e ______. (4)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

11. O ângulo A de um triângulo ABC mede 48° e é igual a 2/5 do ângulo formado pelas bissetrizes dos ângulos A e B. Calcule os ângulos B e C.

Resp.: ______ e ______ (4)

12. A mediana e a altura baixadas do vértice do ângulo reto de um triângulo retângulo fazem um ângulo de 10°. Calcule os ângulos agudos dêsse triângulo.

Resp.: ______ e ______ (4)

13. Prolonga-se a altura AH de um triângulo equilátero ABC de um segmento AP = AB. Calcule os ângulos do triângulo BCP.

Resp.: ______, ______ e ______ (4)

14. Num triângulo retângulo, a bissetriz do ângulo reto forma com a altura um ângulo de 15°. Calcule os ângulos agudos dêsse triângulo.

Resp.: ______ e ______ (4)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO

Total de pontos da série: 50

Total de pontos obtidos: ______

Nota: ______

SÉRIE XXXVI

ASSUNTO: Triângulos.

1. Demonstre que as paralelas aos lados de um triângulo, tiradas pelos vértices opostos formam um triângulo de périmetro duplo do primeiro. (5)

2. Demonstre que as alturas baixadas dos vértices dos ângulos iguais de um triângulo isósceles são iguais e que, reciprocamente, se duas alturas de um triângulo são iguais, êsse triângulo é isósceles. (5)

3. Demonstre que um triângulo é isósceles se: a) uma altura coincide com uma mediana; b) uma altura coincide com uma bissetriz; c) uma mediana coincide com uma bissetriz. (5)

4. Demonstre que, se duas retas perpendiculares são eixos de simetria de uma figura, a interseção dessas retas é centro de simetria da figura. (5)

Total de pontos obtidos nesta página: ——

5. Demonstre que, num triângulo isósceles, a soma das distâncias aos lados iguais de um ponto qualquer da base é igual à altura baixada de um vértice da base. (5)

6. Demonstre que o ângulo das bissetrizes dos ângulos B e C de um triângulo ABC excede de um ângulo reto a metade do ângulo A. (5)

7. Sejam P um ponto da base BC de um triângulo isósceles ABC e PM e PN os segmentos das paralelas tiradas de P aos lados AB e AC, respectivamente. Demonstre que PM + PN = AB = AC, qualquer que seja o ponto P sôbre o lado BC. (5)

8. Sôbre um lado de um ângulo de vértice O marcam-se os segmentos OA e OA' e sôbre o outro lado os segmentos OB e OB', tais que OB = OA e OB' = OA'. Traçam-se as retas AB' e A'B, que se cortam num ponto M. Demonstre que OM é a bissetriz do ângulo O. (5)

9. Pelo ponto de interseção das bissetrizes dos ângulos B e C de um triângulo ABC traça-se a paralela ao lado BC, que encontra AB e AC, respectivamente, nos pontos M e N. Demonstre que MN = BM + CN. (5)

10. Sôbre o lado BC de um triângulo ABC marcam-se os pontos M e P tais que o ângulo de AM com AB seja igual ao ângulo C e o ângulo de AP com AC seja igual ao ângulo B. Demonstre que o triângulo AMP é isósceles. (5)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

11. Se M é um ponto interior ao triângulo ABC, demonstre que

$$\frac{AB + BC + AC}{2} < MA + MB + MC < AB + BC + AC \qquad (5)$$

12. Demonstre que a soma das três medianas de um triângulo é menor do que o perímetro dêsse triângulo e maior do que seu semiperímetro. (5)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO

Total de pontos da série: 60

Total de pontos obtidos: ____

Nota: ________

SÉRIE XXXVII

ASSUNTO: Polígonos. Quadriláteros.

1. Qual o polígono convexo que tem 14 diagonais?

Resp.: ______________________ (4)

2. Qual o polígono convexo cuja soma dos ângulos internos é 1.080°?

Resp.: ______________________ (4)

3. Qual o polígono convexo cuja soma dos ângulos internos é o dôbro da soma dos ângulos externos?

Resp.: ______________________ (4)

4. Qual o polígono regular convexo cujo ângulo externo mede 30°?

Resp.: ______________________ (4)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

5. Qual o polígono regular convexo cujo ângulo interno mede 144°?

Resp.: ______________________ (4)

6. Qual o polígono regular convexo cujo ângulo interno é 7/2 de seu ângulo externo?

Resp.: ______________________ (4)

7. Uma diagonal de um quadrilátero divide êsse quadrilátero em um triângulo equilátero e um isósceles, cuja base é essa diagonal. A soma dos dois ângulos do quadrilátero, opostos a essa diagonal, é igual a 7/8 da soma dos outros dois ângulos do quadrilátero. Calcule os ângulos do triângulo isósceles.

Resp.: _____, _____ e _____ (2—2)

8. Um dos ângulos internos de um paralelogramo é o quádruplo de outro. Calcule os ângulos dêsse paralelogramo.

Resp.: _____, _____ , _____ e _____. (2—2)

9. Um dos ângulos internos de um trapézio isósceles é a metade da soma dos outros três. Calcule os ângulos dêsse trapézio.

Resp.: _____, _____ , _____ e _____ (2—2)

10. Demonstre que os segmentos de reta que ligam os meios dos lados de um quadrilátero convexo qualquer formam um paralelogramo.

(4)

Total de pontos obtidos nesta página: _____

11. Demonstre que os segmentos de reta que ligam os meios dos lados de um losango formam um retângulo.

(5)

12. Demonstre que as paralelas às diagonais de um quadrilátero, tiradas de seus vértices, formam um quadrilátero equivalente ao dôbro do quadrilátero dado.

(5)

Total de pontos obtidos nesta página: _____

JULGAMENTO
Total de pontos da série: 50
Total de pontos obtidos: _____
Nota: _______

SÉRIE XXXVIII

ASSUNTO: Polígonos. Quadriláteros.

1. Em que trapézio os ângulos opostos são suplementares?

Resp.: ______________________ (2)

2. Demonstre que, marcando-se sôbre os lados AB, BC, CD e DA de um quadrado ABCD, respectivamente, os pontos M, N, P e Q, tais que AM = BN = CP = DQ, aqueles pontos são vértices de outro quadrado. (4)

3. Demonstre que a mediana tirada do vértice do ângulo reto de um triângulo retângulo é a metade da hipotenusa. (4)

4. Demonstre que o ponto de encontro das diagonais de um paralelogramo é centro de simetria dêsse paralelogramo. (5)

NOTA: De acôrdo com a definição de centro de simetria de uma figura, deve-se demonstrar que tôda reta que passa por aquele ponto encontra os lados opostos do paralelogramo em dois pontos simétricos em relação àquele ponto.

Total de pontos obtidos nesta página: ______

5. Sôbre os lados de um ângulo de vértice A marcam-se os pontos B e B' e sôbre o outro lado os pontos D e D' tais que AB = BB' = AD = DD'. Sendo C o meio do segmento B'D', demonstre que o quadrilátero ABCD é um losango. (5)

6. Demonstre que o ponto de interseção das diagonais de um quadrilátero é o ponto do plano cuja soma das distâncias aos quatro vértices do quadrilátero é a menor possível. (5)

7. Tirando-se de um ponto P, situado na base BC de um triângulo isósceles ABC, as paralelas aos lados AB e AC, forma-se um paralelogramo. Demonstre que o perímetro dêsse paralelogramo é a soma dos lados iguais do triângulo isósceles, qualquer que seja a posição de P sôbre BC. (5)

NOTA: Essa propriedade é uma decorrência da que foi enunciada no exercício nº 7 da Série XXXVI.

8. Sejam P um ponto situado no interior de um ângulo e r a reta que passa por P e tal que P seja o meio do segmento de r, determinado pelos lados do ângulo. Como se traça a reta r? (5)

SUGESTÃO: Construa o paralelogramo de centro P, do qual dois lados estão sôbre os lados do ângulo.

9. Demonstre que todos os paralelogramos inscritos num retângulo e cujos lados são paralelos às diagonais do retângulo, têm para perímetro o dôbro da diagonal do retângulo. (5)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

SUGESTÃO: Baseie a demonstração na propriedade enunciada no exercício nº 7.

10. Demonstre que a soma das diagonais de um quadrilátero convexo está compreendida entre o semiperímetro e o perímetro dêsse quadrilátero. (5)

11. Demonstre que a mediana de um triângulo é menor do que a semi-soma dos lados adjacentes e maior do que a diferença entre essa semi-soma e a metade do terceiro lado. (5)

SUGESTÃO: Para demonstrar a primeira parte construa o paralelogramo do qual a mediana é semidiagonal.

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO

Total de pontos da série: 50

Total de pontos obtidos: ____

Nota: ______

SÉRIE XXXIX

ASSUNTO: Círculo. Propriedades gerais.

1. Qual o lugar geométrico dos centros dos círculos de raio r tangentes exteriormente a um círculo de raio R?

Resp.: ______________________ (3)

2. Qual o lugar geométrico dos centros dos círculos tangentes num mesmo ponto a um círculo dado?

Resp.: ______________________ (3)

3. Qual o lugar geométrico dos pontos equidistantes de uma circunferência?

Resp.: ______________________ (3)

4. Qual o lugar geométrico dos centros dos círculos tangentes a duas retas concorrentes?

Resp.: ______________________ (3)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

5. Qual o lugar geométrico dos centros dos círculos tangentes a duas retas paralelas?

Resp.: ______________________________ (3)

6. Qual a distância de duas retas paralelas tangentes a um círculo de raio r?

Resp.: ________________ (3)

7. Quais os pontos A e B de uma circunferência, respectivamente, mais próximo e mais afastado de um ponto P exterior a essa circunferência?

Resp.: ______________________________ (3)

8. Como se obtém a corda que passa por um ponto P interior a um círculo e é dividida ao meio pelo ponto P?

Resp.: ______________________________ (3)

9. Como se traçam as tangentes a um círculo: a) paralelamente a uma direção dada? b) perpendicularmente a essa direção?

Resp.: a)____________________________ (2—2)

b)____________________________

10. Qual o comprimento do arco de 36º da circunferência de 2m de diâmetro?

Resp.: ________________ (2)

Total de pontos obtidos nesta página: _____

11. Quantos radianos tem o arco de comprimento c no círculo de raio r?

Resp.: ________________ (2)

12. Demonstre que são iguais duas cordas paralelas tiradas das extremidades de um mesmo diâmetro. (6)

13. Demonstre que, em todo quadrilátero circunscrito a um círculo, a soma de dois lados opostos é igual à soma dos outros dois. (6)

14. Demonstre que todo paralelogramo circunscrito a um círculo é um losango. (6)

Total de pontos obtidos nesta página: _____

JULGAMENTO
Total de pontos da série: 50
Total de pontos obtidos: _____
Nota: _______

SÉRIE XL

ASSUNTO: Círculo. Medida dos ângulos.

1. Qual o centro da circunferência que passa por três pontos A, B e C, não em linha reta?

Resp.: ____________________ (2)

2. São dados uma reta r e dois pontos distintos A e B, exteriores a r. Qual o ponto de r que é centro de uma circunferência que passe por A e por B?

Resp.: ____________________ (2)

3. Qual o centro: a) do círculo inscrito num triângulo? b) do círculo circunscrito a êsse triângulo?

Resp.: a) ____________________ (1)

b) ____________________ (1)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

4. Como se traça a circunferência que passa a igual distância de três pontos não em linha reta?

Resp.: ______________________________ (4)

____

5. Dado um segmento de reta AB, como se acham os pontos que distam d do ponto A e d' do ponto B? Em que hipótese o problema não tem solução?

Resp.: 1) ______________________________ (3)

____

2) ______________________________ (2)

6. Demonstre que, quando duas cordas iguais de um mesmo círculo se cortam, os segmentos nelas determinados são, dois a dois, iguais. (5)

7. Num círculo de 2,5m de raio inscreve-se uma corda de 4m de comprimento. Calcule os segmentos em que ela divide o diâmetro que lhe é perpendicular.

Resp.: ________ e ________ (5)

8. Demonstre que, prolongando-se duas cordas iguais e não paralelas de um mesmo círculo até seu ponto de interseção, as partes externas das secantes formadas são iguais. (5)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

9. Num círculo marcam-se, sucessivamente e no mesmo sentido, os pontos A, B, C e D, tais que os arcos AB, BC e CD medem, respectivamente, 60°, 90° e 40°. Calcule as medidas: a) do ângulo ACB; b) do ângulo ABC; c) dos ângulos formados pelas cordas AC e BD; d) do ângulo agudo formado pelas secantes AD e BC; e) dos ângulos formados pela corda AC com a tangente no ponto C.

Resp.: a) ______ b) ______ c) ______ e ______

d) ______ e) ______ e ______

(1—1—1—1—1)

10. Do centro O de uma circunferência tiram-se um raio OA e o diâmetro MON perpendicular a OA, que encontra a circunferência nos pontos M e N. Sejam P um ponto qualquer do raio ON, B o ponto onde o prolongamento de AB corta a circunferência e C o ponto onde a tangente em B corta o prolongamento do raio ON. Demonstre que BC = CP. (5)

SUGESTÃO: Demonstre que os ângulos B e P do triângulo BCP são iguais por terem a mesma medida.

11. Duas circunferências se cortam nos pontos A e B. De A tira-se uma secante s, que corta essas circunferências, respectivamente, nos pontos M e P. Demonstre que o ângulo MBP é o mesmo qualquer que seja a secante s.

SUGESTÃO: Prove que as medidas dos ângulos M e P do triângulo MBP não variam quando a secante s gira em torno de A.

Total de pontos obtidos nesta página: ______

12. De um ponto M exterior a um círculo de centro O tiram-se a secante MOC, que passa pelo centro, e uma secante MAB, tal que sua parte externa MA seja igual ao raio do círculo. Demonstre que a medida do ângulo BMC é 1/3 da medida do ângulo BOC. (5)

SUGESTÃO: Parta da igualdade das medidas do ângulo BMC e do ângulo central AOD.

Total de pontos obtidos nesta página: ____

JULGAMENTO
Total de pontos da série: 50
Total de pontos obtidos: ____
Nota: ____

SÉRIE XLI

ASSUNTO: Linhas proporcionais. Semelhança.

1. Um triângulo ABC tem para lados AB = 22cm, BC = 44 cm e AC = 33 cm. Sôbre o lado AB marcam-se os pontos M e P tais que AM = 8cm e AP = 14 cm. Dêsses pontos tiram-se, respectivamente, as paralelas MM' e PP' ao lado BC. Calcule os segmentos AM', M'P', MM' e PP'.

Resp.: AM' = ____ M'P' = ____ MM' = ____ PP' = ____
(1—1—1—1)

2. Um retângulo de 110 m de perímetro é semelhante a um retângulo de 12 m de comprimento e 96 m² de área. Calcule as dimensões do primeiro retângulo.
(2—2)

Resp.: ____ e ____

3. A diferença entre as dimensões de um retângulo é d. Ache essas dimensões sabendo-se que êsse retângulo é semelhante ao retângulo de lados a e b.
(2—2)

Resp.: ____ e ____

Total de pontos obtidos nesta página: ____

4. Os lados de um triângulo medem, respectivamente, 4m, e 10m e 12m. Do vértice oposto ao lado de 10m, traçam-se as bissetrizes interna e externa, que encontram êsse lado e seu prolongamento, respectivamente, nos pontos D e D'. Calcule o segmento DD'.

Resp.: ______ (4)

5. Num triângulo de base **b** e altura **h** inscreve-se um quadrado, cujo lado está sôbre a base **b**. Calcule o lado dêsse quadrado em função de **b** e **h**.

Resp.: ______ (4)

6. Sendo AC = b e BC = a dois lados de um triângulo, tirando-se do ponto M, situado sôbre AC, a paralela a BC, o segmento dessa paralela, determinado pelos lados AB e AC é **m**. Calcule AM e MC em função de **a, b** e **m.**

Resp.: ______ e ______ (2—2)

7. A base maior de um trapézio é **a**, sua base menor é **b** e sua altura é **h**. Calcule, em função de **a, b** e **h**, as alturas dos triângulos formados pelas bases e pelos prolongamentos dos lados não paralelos.

Resp.: ______ e ______ (2—2)

8. São dadas as bases AB = a e CD = b de um trapézio e o lado AC = c. A que distância do ponto A se encontram os lados não paralelos?

Resp.: ____________________ (4)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

9. No triângulo de lados AB = 15m, AC = 12m e BC = 10m, traça-se uma paralela ao lado BC, tal que o trapézio formado tenha 30m de perímetro. Calcule os segmentos em que essa paralela divide o lado AC. (4)

SUGESTÃO: Designe por x um dos três lados desconhecidos do trapézio e exprima os outros dois em função de x.

Resp.: ____________ e ____________

10. Sôbre o lado BC de um triângulo ABC constrói-se um quadrado BCDE, situado no semiplano oposto ao do triângulo. sejam: 1) M a interseção das retas AE e BC; 3) P a interseção com o lado AB da perpendicular a BC tirada de M; 3)Q a interseção com o lado AC da paralela a BC tirada de P; 4) R o pé da perpendicular baixada de Q sôbre BC. Demonstre que MPQR é um quadrado. (Processo de construção do quadrado inscrito num triângulo). (4)

SUGESTÃO: Considere a semelhança dos triângulos APQ e ABC e a semelhança dos triângulos APM e ABE, observando que, por construção, BC = BE.

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO
Total de pontos da série: 40
Total de pontos obtidos: ______
Nota: ______

SÉRIE XLII

ASSUNTO: Linhas proporcionais. Semelhança.

1. Os lados de um triângulo são BC = a, AC = b e AB = c. Toma-se um ponto M sôbre BC e dêle tiram-se as paralelas aos outros dois lados. Sejam P e Q os pontos onde essas paralelas cortam, respectivamente, os lados AB e AC. Sabe-se que APMQ é um losango. Calcule seu lado.

Resp.: ______ (5)

2. Os catetos de um triângulo retângulo medem 6m e 8m, respectivamente. Traçando-se de um ponto sôbre a hipotenusa as paralelas aos catetos, forma-se um retângulo de 14m de perímetro. Calcule o menor lado dêsse retângulo.

Resp.: ______ (5)

3. São dados os catetos **b** e **c** de um triângulo retângulo. A soma das distâncias a êsses catetos de um ponto M sôbre a hipotenusa é s. Calcule a razão dos segmentos em que M divide a hipotenusa.

Resp.: ______ (5)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

4. A diferença de dois lados de um triângulo é d. A bissetriz do ângulo por êles formado determina sôbre o lado oposto dois segmentos m e p, sendo m > p. Calcule o perímetro dêsse triângulo.

Resp.: ______ (5)

5. Quais são as dimensões do retângulo, inscrito no triângulo de base b e a altura h, sabendo-se que a razão da base do retângulo para sua altura é m?

Resp.: ______ (5)

6. Duas semi-retas partem de um ponto M e encontram duas paralelas. Uma encontra a primeira paralela em A e a segunda em B; a outra encontra a primeira paralela em C e a segunda em D. Sabe-se que AC = 8m, BD = 28m, AB = 10m e MD = 21m. Calcule MA, MC e CD.

Resp.: MA = ______ MC = ______ CD = ______ (2—2—2)

7. Num paralelogramo ABCD, M é o meio do lado AB e P o meio do lado CD. Demonstre que as retas AP e CM dividem a diagonal BD em três partes iguais. (5)

8. Num triângulo de lados a, b e c, tiram-se de um ponto M sôbre o lado a as paralelas aos outros dois lados. Sendo s a soma dos segmentos das paralelas compreendidos entre os lados, calcule os segmentos em que M divide o lado a. (3—3)

Resp.: ______ e ______

Total de pontos obtidos nesta página: ______

9. Os lados de um triângulo são BC = a, AC = b e AB = c. De um ponto D sôbre AB tira-se a paralela ao lado BC. Calcule AD, sabendo que:

a) BD + CE = 2.DE; (4)

Resp.: ______

b) DE é a média proporcional de AD e BD. (4)

Resp.: ______

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO
Total de pontos da série: 50
Total de pontos obtidos: ____
Nota: ____

SÉRIE XLIII

ASSUNTO: Linhas proporcionais. Semelhança

1. Um diâmetro de um círculo de 5m de raio divide uma corda em segmentos de 2m e 4,5m, respectivamente. Qual a distância ao centro do ponto de interseção do diâmetro e da corda?

(4)

Resp.: ________

2. Duas cordas de um mesmo círculo se cortam. Os dois segmentos de uma medem 12m e 6m, respectivamente. O comprimento da outra é 17m. Calcule os dois segmentos em que ela é dividida.

(2—2)

Resp.: ______ e ______

3. De um ponto situado a 9m do centro de um círculo de 5m de raio tira-se uma secante a êsse círculo. A corda situada sôbre a secante mede 4m. Calcule a parte externa da secante.

(4)

Resp.: ________

Total de pontos obtidos nesta página: ______

4. De um ponto situado à distância 2r do centro de um círculo de raio r tira-se uma secante a êsse círculo tal que sua parte interna seja igual à sua parte externa. Calcule o comprimento dessa secante.

Resp.: ________ (4)

5. Num círculo de 5 m de raio traça-se uma corda de 8m e o diâmetro que lhe é perpendicular. Calcule os dois segmentos em que a corda divide o diâmetro.

Resp.: ________ e ________ (2—2)

6. De um ponto M exterior a um círculo de 5m de raio tiram-se uma tangente ao círculo e a secante que passa por seu centro. A parte externa da secante é 2/3 do comprimento da tangente. Calcule a distância de M ao centro do círculo.

Resp.: ________ (4)

7. De um ponto M exterior a um círculo de raio r tira-se uma tangente e a reta que passa pelo centro. Sendo de 45º o ângulo dessas retas, pede-se calcular: a) a distância de M ao centro; b) o comprimento da tangente.

Resp.: a) ________ b) ________ (2—2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

8. Num círculo de raio 2m, tira-se do meio de um raio uma corda tal que seja dividida por êsse ponto em média e extrema razão. Calcule os segmentos em que fica dividida essa corda.

Res.: ________ e ________ (4)

9. Demonstre que o produto de dois lados de um triângulo é igual ao produto do diâmetro do círculo circunscrito pela altura relativa ao terceiro lado. (8)

SUGESTÃO: Trace o círculo circunscrito e o triângulo retângulo cuja hipotenusa é o diâmetro dêsse círculo e do qual um cateto é um dos lados do triângulo adjacente à altura; a relação pedida é uma consequência imediata da semelhança de dois triângulos retângulos.

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO
Total de pontos da série: 40
Total de pontos obtidos: ____
Nota: ____

SÉRIE XLIV

ASSUNTO: Relações métricas.

1. Calcule as dimensões do retângulo de 34m de perímetro e 13m de diagonal.

Resp.: ______ e ______

(2—2)

2. Calcule as dimensões do retângulo de 10 cm de diagonal, semelhante ao retângulo de dimensões 1,2 cm e 1,6 cm.

Resp.: ______ e ______

(2—2)

3. Calcule o perímetro do triângulo retângulo cuja hipotenusa mede 2,6m e cuja área mede $1{,}2m^2$

Resp.: ______

(4)

4. A diagonal de um retângulo mede 13m e o comprimento excede de 2m o dôbro da largura. Calcule as dimensões dêsse retângulo.

Resp.: ______ e ______

(2—2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

5. A hipotenusa de um triângulo retângulo mede 2m e a razão de seus catetetos é 3/4. Calcule o perímetro dêsse triângulo.

Resp.: ________ (4)

6. A hipotenusa de um triângulo retângulo excede seus catetos de 2m e 16m, respectivamente. Calcule a altura baixada do ângulo reto dêsse triângulo.

Resp.: ________ (4)

7. Um cateto de um triângulo retângulo mede 6m e sua projeção sôbre a hipotenusa mede 3,6m. Calcule o perímetro dêsse triângulo.

Resp.: ________ (4)

8. O perímetro de um triângulo retângulo é 36m e a soma dos quadrados de seus lados $450m^2$. Calcule seus catetos.

Resp.: ________ e ________ (2—2)

9. Calcule os catetos de um triângulo retângulo, sabendo que as diferenças entre as medidas da hipotenusa e do cateto maior, e do cateto maior e do menor são iguais a 0,25 cm.

Resp.: ________ e ________ (2—2)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

10. Um ponto M sôbre um cateto de um triângulo retângulo isósceles é equidistante da hipotenusa e do vértice do ângulo reto. Qual a razão dos segmentos dos catetos determinados pelo ponto M?

(4)

Resp.: ________

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO
Total de pontos da série: 40
Total de pontos obtidos: ____
Nota: ____

SÉRIE XLV

ASSUNTO: Relações métricas.

1. Qual o lugar geométrico das origens das tangentes de comprimento d a um círculo de raior r $(r < d)$?

Resp.: ______________________ (2)

2. Qual o lugar geométrico dos meios das cordas de comprimento c de um círculo de raio r $(2r > c)$?

Resp.: ______________________ (2)

3. Qual a distância ao centro de um círculo de raio r de uma corda dêsse círculo de comprimento c $(c < 2r)$?

Resp.: ______________ (2)

4. Sendo 13m a distância dos centros de dois círculos de raios 3m e 8m, respectivamente, calcule o segmento da tangente exterior comum a êsses círculos, cujos extremos são os pontos de contato?

Resp.: ______________ (4)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

5. Dois círculos concêntricos têm raios **r** e **r'**, respectivamente, sendo r > r'. No círculo de raio **r** traça-se uma corda tangente ao círculo de raio r'. Calcule o comprimento dessa corda.

Resp.: ____________________ (5)

6. A base maior de um trapézio isósceles coincide com o diâmetro de um círculo de raio 1m e os vértices da base menor estão sôbre a circunferência. Sabe-se que a base menor é a soma dos lados não paralelos. Calcule o perímetro dêsse trapézio.

Resp.: ____________________ (5)

7. O comprimento de uma corda de um círculo de raio **r** é **m** vêzes sua distância ao centro. Calcule o comprimento dessa corda.

Resp.: ____________________ (5)

8. Calcule o raio de um círculo, do qual uma corda e sua flecha medem, respectivamente, **c** e **f**.

Resp.: ____________________ (4)

9. Num círculo de 3m de raio traça-se um diâmetro AB e a tangente no ponto B. Com centro em A descreva-se um arco de circunferência de 10m de raio, que corta a tangente num ponto T. Traça-se a secante AT, que corta a circunferência no ponto M. Calcule a corda AM.

Resp.: ____________________ (5)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

10. Um dos lados de um quadrado está sôbre uma reta distante 2r do centro de um círculo de raio **r** e o lado oposto é uma corda dêsse círculo. Calcule o lado dêsse quadrado.

(3—3)

Resp.: __________ e __________

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO
Total de pontos da série: 40
Total de pontos obtidos: ______
Nota: ______

SÉRIE XLVI

ASSUNTO: Relações métricas.

1. Sendo **a**, **b** e **c** as medidas dos lados de um triângulo, calcule os dois segmentos em que a altura divide o lado **a**.

(2—2)

Resp.: ______ e ______

2. Calcule a altura baixada sôbre a hipotenusa num triângulo retângulo, cujos catetos medem, respectivamente, **a** e **b**.

(4)

Resp.: ______

3. Calcule os catetos do triângulo retângulo cuja hipotenusa mede **a** e cuja altura baixada do vértice do ângulo reto mede **h**.

(2—2)

Resp.: ______ e ______

4. A altura de um triângulo retângulo, baixada sôbre a hipotenusa, mede 4,8m e a soma dos catetos é 14m. Calcule o perímetro dêsse triângulo.

(5)

Resp.: ______

Total de pontos obtidos nesta página: ______

5. Qual o perímetro do quadrado, cujo lado é inferior de d ao diâmetro de seu círculo circunscrito?

Resp.: ______________ (4)

6. Seja B' um ponto sôbre o lado AB = a de um quadrado ABCD. De B' tira-se a paralela B'D' à diagonal BD. Sabe-se que o perímetro do pentágono B'BCDD' é o dôbro do perímetro do triângulo AB'D'. Calcule BB'.

Resp.: ______________ (5)

7. Demonstre que a soma dos inversos dos quadrados dos catetos de um triângulo retângulo é igual ao inverso do quadrado da altura baixada sôbre a hipotenusa. (5)

8. Demonstre que, se dois círculos são tangentes exteriormente, o segmento de uma tangente exterior comum, limitado pelos pontos de contato, é a média proporcional dos diâmetros dêsses círculos. (5)

9. Sejam C e D os pontos onde duas tangentes paralelas de um mesmo círculo de raio r cortam uma tangente a êsse círculo num ponto M. Demonstre que, qualquer que seja o ponto M, se tem $MC \times MD = r^2$. (5)

SUGESTÃO: Sendo O o centro do círculo, demonstre que o ângulo COD é reto e aplique o teorema relativo à altura baixada sôbre a hipotenusa de um triângulo retângulo.

Total de pontos obtidos nesta página: ______

10. Sendo a a hipotenusa de um triângulo retângulo e h a altura baixada do vértice do ângulo reto, calcule as projeções dos catetos sôbre a hipotenusa. Complete o quadro abaixo que resume a discussão dêsse problema.

Resp.: __________ e __________ (3—3)

$\begin{cases} a > 2h : __________ & (1) \\ a = 2h : __________ & (1) \\ a < 2h : __________ & (1) \end{cases}$

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO

Total de pontos da série: 50

Total de pontos obtidos: ____

Nota: ____

SÉRIE XLVII

ASSUNTO: Polígonos regulares.

1. Um quadrado tem 2m de perímetro. Calcule: a) seu apótema; b) sua diagonal.

Resp.: a) ——————; b) —————— (2—2)

2. Sendo **r** o raio do círculo inscrito num quadrado, calcule, em função de **r**: a)sua diagonal; b) seu semiperímetro.

Resp.: a) ——————; b) —————— (2—2)

3. Sendo **R** o raio do círculo circunscrito a um quadrado, calcule, em função de **R**: a) o raio do círculo inscrito nêsse quadrado; b) o perímetro dêsse quadrado.

Resp.: a) ——————; b) —————— (2—2)

4. Um triângulo equilátero está inscrito num círculo de 6m de raio. Calcule: a) o perímetro dêsse triângulo; b) o raio do círculo inscrito nêsse triângulo.

Resp.: a) ——————; b) —————— (2—2)

Total de pontos obtidos nesta página: ————

5. Sendo **h** a altura de um triângulo equilátero, calcule, em função de **h**: a) o perímetro dêsse triângulo; b) o raio do círculo inscrito nesse triângulo; c) o raio do círculo circunscrito a êsse triângulo.

(2—2—2)

Resp.: a) ________; b) ________; c) ________

6. Sendo **2p** o perímetro de um hexágono regular, calcule, em função de **p**: a) o raio do círculo circunscrito a êsse hexágono; b) o apótema dêsse hexágono.

Resp.: a) ________; b) ________ (2—2)

7. Sendo **a** o apótema de um quadrado inscrito num círculo, calcule, em função de **a**: a) o lado do triângulo equilátero inscrito nêsse círculo; b) o lado do hexágono regular inscrito nêsse círculo.

Resp.: a) ________; b) ________ (3—3)

8. Sendo **l** o lado do triângulo equilátero inscrito num círculo, calcule, em função de **l**: a) o apótema do hexágono regular circunscrito a êsse círculo; b) a diagonal do quadrado circunscrito a êsse círculo.

Resp.: a) ________; b) ________ (3—3)

9. Sendo **d** a diagonal de um quadrado inscrito num círculo, calcule, em função de **d**: a) o lado do triângulo equilátero circunscrito a êsse círculo; b) o apótema do hexágono regular circunscrito a êsse círculo.

Resp.: a) ________; b) ________ (3—3)

Total de pontos obtidos nesta página: ________

10. Sendo **2p** o perímetro de um hexágono regular inscrito num círculo, calcule, em função de **p**: a) a diagonal do quadrado circunscrito a êsse círculo; b) a altura do triângulo equilátero inscrito nêsse círculo.

(3—3)

Resp.: a) ________; b) ________

Total de pontos obtidos nesta página: ________

JULGAMENTO
Total de pontos da série: 50
Total de pontos obtidos: ________
Nota: ________

SÉRIE XLVIII

ASSUNTO: Polígonos regulares.

1. Num círculo de 1m de raio inscreve-se um quadrado, nesse quadrado um círculo e nesse círculo um triângulo equilátero. Calcule o lado dêsse triângulo. (4)

Resp.: ________

2. O lado de um triângulo equilátero é igual à diagonal de um quadrado. Qual a razão do perímetro do triângulo para o do quadrado? (4)

Resp.: ________

3. A diagonal de um quadrado é igual ao apótema de um hexágono regular. Calcule a razão do lado do quadrado para o do hexágono. (4)

Resp.: ________

4. Sendo **h** a altura de um triângulo equilátero, calcule, em função de **h**, a diagonal do quadrado isoperímetro dêsse triângulo. (4)

Resp.: ________

Total de pontos obtidos nesta página: ________

5. Um pentágono de 30m de perímetro é decomposto por uma diagonal em um triângulo equilátero e um quadrado. Calcule a distância dos centros dos círculos circunscritos a êsses dois polígonos regulares.

Resp.: ——————— (4)

6. Num triângulo equilátero de perímetro 2p inscreve-se um círculo e nesse círculo um quadrado. Calcule a diagonal do quadrado em função de p.

Resp.: ——————— (4)

7. O comprimento de um retângulo é igual à diagonal do quadrado de área S e sua largura é igual à altura do triângulo equilátero isoperímetro do quadrado. Calcule a diagonal do retângulo em função de S.

Resp.: ——————— (4)

8. Num círculo de raio r está inscrito um triângulo equilátero. Uma corda dêsse círculo, paralela a um dos lados do triângulo, é dividida em três partes iguais pelos outros dois. Calcule a distância dessa corda ao centro do círculo.

Resp.: ——————— (4)

9. Partindo da expressão do lado do quadrado inscrito num círculo de raio r, calcule: a) o lado do otógono regular inscrito nesse círculo; b) o lado do polígono regular de 16 lados inscrito nêsse círculo.

Resp.: a) ———————; b) ——————— (4—5)

Total de pontos obtidos nesta página: ———

10. Partindo da expressão do lado hexágono regular inscrito num círculo de raio r, calcule: a) o lado do polígono regular de 12 lados inscrito nesse círculo; b) o lado do polígono regular de 24 lados inscrito nesse círculo.

Resp.: a) ———————; b) ——————— (4—5)

Total de pontos obtidos nesta página: ———

JULGAMENTO

Total de pontos da série: 50

Total de pontos obtidos: ———

Nota: ———

SÉRIE XLIX

ASSUNTO: Áreas

1. Qual a área do hexágono regular de apótema a?

(2)

Resp.: ——————

2. Calcule a área do quadrado inscrito e a do circunscrito a um círculo de perímetro **c.**

(2—2)

Resp.: —————— e ——————

3. Calcule a área do triângulo equilátero inscrito e a do circunscrito a um círculo de raio **r.**

(2—2)

Resp.: —————— e ——————

4. Calcule a área do hexágono regular inscrito e a do circunscrito a um círculo de diâmetro **d.**

(2—2)

Resp.: —————— e ——————

5. Diminuindo-se de 4 cm o comprimento de um retângulo e aumentando-se de 3 cm sua largura, obtém-se um quadrado equivalente ao retângulo. Calcule o lado dêsse quadrado.

(2)

Resp.: ——————

Total de pontos obtidos nesta página: ——————

6. O comprimento de um retângulo é 12 cm e sua área é 9/16 da área do outro retângulo semelhante a êle. Calcule o comprimento dêsse segundo retângulo.

Resp.: ____________ (2)

7. Qual o lado do quadrado, cuja área é a diferença entre a área do quadrado de lado a e a do quadrado da diagonal a?

Resp.: ____________ (2)

8. Qual o lado do hexágono regular, cuja área é a diferença de áreas dos hexágonos regulares de lados $a\sqrt{2}$ e a, respectivamente?

Resp.: ____________ (4)

9. A diagonal de um quadrado de área S é o lado de um quadrado de área S'. Qual a razão de S para S'?

Resp.: ____________ (4)

10. O apótema de um triângulo equilátero é igual à semidiagonal de um quadrado. Qual a razão da área do triângulo para a do quadrado?

Resp.: ____________ (4)

11. Um triângulo equilátero é isoperímetro de um hexágono regular. Qual a razão das áreas dessas figuras?

Resp.: ____________ (4)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

12. Qual a razão da área do quadrado inscrito num círculo para a do triângulo equilátero circunscrito ao mesmo círculo?

(4)

Resp.: ____________

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO
Total de pontos da série: 40
Total de pontos obtidos: ____
Nota: ____

SÉRIE L

ASSUNTO: Áreas.

1. Calcule as dimensões do triângulo retângulo, cuja área mede $37,5m^2$, sabendo que êle é semelhante ao triângulo retângulo de catetos 3m e 4m, respectivamente.

Res.: ________ e ________ (2--2)

2. Sendo **2p** o perímetro de um triângulo equilátero, calcule sua área em função de **p**.

Resp.: ________ (4)

3. Qual o raio do círculo cuja área é a soma das áreas dos círculos de raios **r** e **r'**?

Resp.: ________ (4)

4. No interior de um círculo de raio **r** traça-se um círculo concêntrico, de modo que a área da coroa formada seja igual a **m** vêzes a área do círculo menor. Calcule o raio do círculo menor.

Resp.: ________ (4)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

5. Calcule a área de uma coroa sabendo que uma corda do círculo maior, tangente ao círculo menor, mede 6m.

Resp.: ____________ (4)

6. No círculo menor de uma coroa está inscrito um quadrado, cuja área é igual à área da coroa. Calcule a razão dos raios dos dois círculos.

Resp.: ____________ (4)

7. Dado um círculo de 2m de raio, calcule:

a) a área do setor circular de 45º dêsse círculo;
b) a área do segmento dêsse círculo, cuja corda limite é o lado do triângulo equilátero inscrito nêsse círculo.

Resp.: a) __________ b) __________ (4—4)

8. Dois círculos concêntricos formam uma coroa, cuja área é igual à metade da área do círculo maior. Qual a razão do diâmetro do círculo maior para o círculo menor?

Resp.: ____________ (4)

9. Sendo S a área de um círculo, calcule, em função de S:

a) a área do triângulo equilátero inscrito nêsse círculo;
b) a área do quadrado circunscrito a êsse círculo.

Resp.: a) __________ b) __________ (4—4)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

10. Marca-se um ponto M sôbre um diâmetro AB de um círculo. De um lado dêsse diâmetro, traça-se a semicircunferência de diâmetro AM e do outro lado a semicircunferência de diâmetro BM. Prove que a curva formada por essas semicircunferências divide o círculo em duas regiões, cujas áreas são proporcionais a AM e BM

(6)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO

Total de pontos da série: 50

Total de pontos obtidos: ____

Nota: ____

SÉRIE LI

ASSUNTO: Áreas.

1. A área de um trapézio é $25m^2$; a diferença de suas bases é 6m e sua altura é igual à semi-soma das bases. Calcule a base maior.

Resp.: ____________ (4)

2. Sendo S a área de um triângulo equilátero, calcule, em função de S, a área do quadrado isoperímetro dêsse triângulo.

Resp.: ____________ (4)

3. A que distância do vértice de um triângulo equilátero de lado l passa a paralela ao lado oposto, que divide o triângulo em duas partes equivalentes?

Resp.: ____________ (4)

4. Prove que a área de um losango é o dôbro da área do retângulo cujos vértices são os meios dos lados do losango. (4)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

5. Demonstre que o triângulo cuja base é um dos lados não paralelos de um trapézio e cujo vértice é o meio do lado oposto, têm para área a metade da área do trapézio. (4)

6. Sôbre o lado AB de um quadrado de área S, contrói-se um triângulo equilátero de lado AB, exterior ao quadrado. Calcule, em função de S, o lado quadrado equivalente ao pentágono formado pelo quadrado e pelo triângulo.

Resp.: ____________ (4)

7. Sendo d a diferença entre a diagonal e o lado de um quadrado, calcule, em função de d, a área do círculo circunscrito a êsse quadrado.

Resp.: ____________ (4)

8. Pelos dois pontos que dividem em três partes iguais a altura de um triângulo de área S, tiram-se as paralelas ao lado perpendicular a essa altura. Calcule, em função de S, a área do menor trapézio formado.

Resp.: ____________ (4)

9. Uma paralela a um lado de um triângulo divide-o em um triângulo e um trapézio equivalentes. Qual a razão dos segmentos em que essa paralela divide a altura do triângulo?

Resp.: ____________ (4)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

10. Sôbre a base AB de um triângulo ABC marca-se um ponto M. Calcule a razão $\frac{AM}{MB}$, sabendo que a reta MC divide o triângulo em dois triângulos, dos quais o de base AM tem área igual a 3/5 da área do triângulo ABC.

Resp.: ____________ (4)

Total de pontos obtidos nesta página: ______

JULGAMENTO
Total de pontos da série: 40
Total de pontos obtidos: ____
Nota: ____

CONCURSO DE ADMISSÃO AO CURSO NORMAL

DO INSTITUTO DE EDUCAÇÃO DO D. F.

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA

(1 9 5 4)

I N S T R U Ç Õ E S

1. Utilize, se necessário, as fôlhas em branco para a resolução das questões.

2. Escreva a resposta de cada questão no espaço indicado em seguida a seu enunciado.

3. **Não serão consideradas** as questões cujas respostas não estiverem no lugar acima indicado.

4. **Não serão consideradas** as questões cujos cálculos auxiliares não figurarem no rascunho.

5. Tôda raiz quadrada não exata deve ser tomada, apenas, com dois algarismos decimais exatos. Exemplo: $\sqrt{2} = 1,41$. Para o número π basta tomar 3,14.

---

1. Calcule o quociente do menor dos números -18 e $+9$ por $(-3)^2$.

(5)

Resp.: ____________

2. Reduza os têrmos semelhantes da expressão:

$$2a^2 - \frac{2a}{b} - 4m - 3a^2 + ab - !$$

Resp.: __________ (5)

3. Transforme a seguinte expressão num produto de fatores de primeiro grau: $\frac{4}{9}x^2y^3 - 25a^2y$

Resp.: __________ (5)

4. Efetue:

$$\frac{3x}{a - x} - \frac{x^2 - 3ax}{x^2 - a^2}$$

Resp.: __________ (5)

5. Resolva a equação:

$$\frac{x + a}{3} - \frac{3(2a - x)}{4} = a$$

Resp.: __________ (5)

6. Dê o maior número inteiro que satisfaça a inequação $2 - 3x > 7$.

Resp.: __________ (5)

7. Resolva o sistema

$$\begin{cases} x + 6y = 0 \\ 4x + 15y = -3 \end{cases}$$

Resp.: x = __________, y = __________ (5)

8. Efetue a expressão:

$$64^{\frac{2}{3}} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} + \left(\frac{1}{3}\right) - 2^9$$

Resp.: __________ (5)

9. Simplifique a expressão:

$$3\sqrt{10} - \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10} - 3}$$

Resp.: __________ (5)

10. Dê a soma e o produto das raizes da seguinte equação, sem resolvê-la:

$$\frac{2a + 3}{7}x^2 - \frac{6a + 9}{14}x + 1 = 0$$

Resp.: Soma: __________ Produto: __________ (5)

11. Dê o número de lados do polígono que possúi 44 diagonais.

Resp.: __________ (5)

12. Dê o número de lados do polígono convexo no qual a soma dos ângulos internos excede de 720° a soma dos ângulos externos.

Resp.: __________ (5)

13. Num trapézio isósceles a soma dos lados não paralelos é igual a 20 cm e a base menor, que mede 6 cm, forma ângulo de 120° com cada um dêsses lados não paralelos. Calcule a base maior.

Resp.: __________ (5)

14. De um ponto M fora de um círculo traçam-se duas tangentes e, por um ponto qualquer do menor dos arcos determinados pelos pontos de tangência, traça-se outra tangente. Sabendo-se que o comprimento de cada uma das duas primeiras tangentes, do ponto M ao ponto de contacto, é 15 cm, dê o perímetro do triângulo formado pelas três tangentes.

Resp.: __________ (5)

15. Num triângulo retângulo a bissetriz do ângulo reto determina sôbre a hipotenusa segmentos proporcionais a 3 e 4. Sabendo-se que a hipotenusa mede 20 cm, calcule os catetos.

Resp.: __________ e __________ (5)

16. A altura do triângulo equilátero inscrito num círculo mede 3 cm. Calcule o apótema do quadrado inscrito no mesmo círculo.

Resp.: __________ (5)

17. Diga a que é igual, num círculo de raio R, o comprimento do arco cujo ângulo central, em gráus, mede $\frac{180}{\pi}$.

Resp.: __________ (5)

18. Um hexágono regular está inscrito num círculo cuja área mede 12,56 cm^2. Calcule a área do hexágono.

Resp.: __________ (5)

19. As bases de um trapézio estão entre si na razão de 5 para 3. Sabendo-se que a área do trapézio é 32 m^2, calcule as áreas dos triângulos que se obtêm prolongando-se os lados não paralelos.

Resp.: __________ (5)

20. Usando a fórmula do lado do polígono regular inscrito de 2n lados em função do de n lados, deduza a expressão do lado do otógono regular inscrito num círculo de raio R. (Faça a dedução no espaço abaixo). (5)

Duração da prova: 2 horas.

PREÇO — Cr$ 50,00